

# LECTURE NOTES TOPIK 11

## DISTRIBUSI NORMAL STANDAR

PROBABILITAS DAN STATISTIKA/III1A2

Dita Pramesti, S.Si., M.Si. (DTP)

- Distribusi normal disebut juga distribusi Gauss, nama ahli matematika Jerman, Carl Friedrich Gauss
- Adolphe Quetelet dari Belgia adalah orang pertama yang menggunakan distribusi normal dalam sosiologi. Dia memaparkan konsepnya tentang “average human being” (l' homme moyen)
- Distribusi normal merupakan distribusi terpenting dalam mempelajari statistika. Kebenarannya tidak hanya karena banyak data yang berdistribusi normal, tetapi juga karena banyak estimator yang mendekati distribusi normal
- Distribusi normal mempunyai 2 buah parameter : mean ( $\mu$ ) dan varians ( $\sigma^2$ )

### FUNGSI DISTRIBUSI NORMAL

Suatu variabel acak X berdistribusi normal jika memiliki *probability density function* (pdf) :

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(1/2)[(X-\mu)/\sigma]^2}$$

dimana  $e$  = konstanta matematika = 2.71828

$\pi$  = 3.14159

$\mu$  = mean dari populasi

$\sigma$  = standard deviasi dari populasi

X = variabel kontinyu

Notasi :  $X \sim \text{NOR}(\mu, \sigma^2)$  atau  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

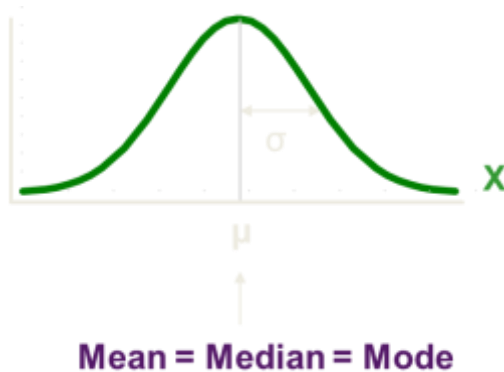
Jika  $\mu = 0$  dan  $\sigma^2 = 1$ , maka  $Z \sim \text{NOR}(0, 1)$  atau Z berdistribusi normal standard (normal baku)

dengan pdf :

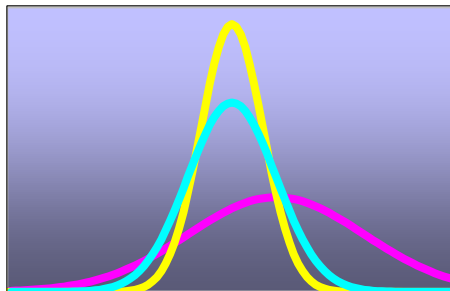
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad ; \quad -\infty < z < \infty$$

## SIFAT DISTRIBUSI NORMAL

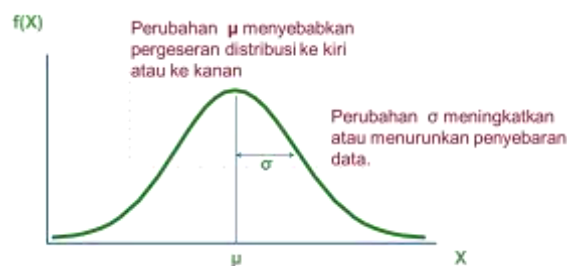
1. Berbentuk seperti lonceng
2. Bentuknya simetrik terhadap  $x = \mu$
3. Mean = Median = Modus
4. Grafiknya selalu ada di atas sumbu datar  $x$
5. Mempunyai satu modus, tercapai pada  $x = \mu$
6. Grafiknya ber-asimtot sumbu  $x$  dari  $x = \mu + 3\sigma$  ke kanan dan  $x = \mu - 3\sigma$  ke kiri
7. Luas daerah grafik selalu sama dengan 1 unit persegi



## MACAM DISTRIBUSI NORMAL



Dengan parameters  $\mu$  dan  $\sigma$  yang bervariasi, menghasilkan distribusi normal yang berbeda-beda.



## DISTRIBUSI NORMAL STANDAR

- Distribusi Normal dengan mean  $\mu$  dan variansi  $\sigma^2$  dapat ditransformasi menjadi distribusi normal standard (Z) dengan  $\mu=0$  dan varians=1
- Membutuhkan transformasi dari X unit menjadi Z unit
- Transformasi X ke Z, yaitu dengan formula sbb:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribusi Z selalu mempunyai mean = 0 dan standard deviasi = 1

- Probability density function dari distribusi normal standard adalah:

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)Z^2}$$

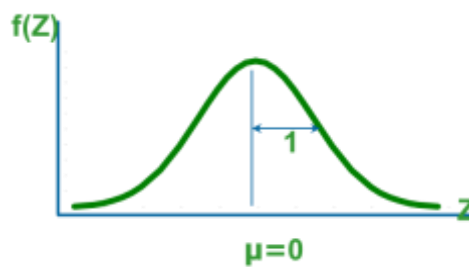
dimana  $e$  = konstanta matematik = 2.71828

$\pi$  = 3.14159

$\mu$  = mean dari populasi

$\sigma$  = standard deviasi dari populasi

Z = nilai dari distribusi normal standard

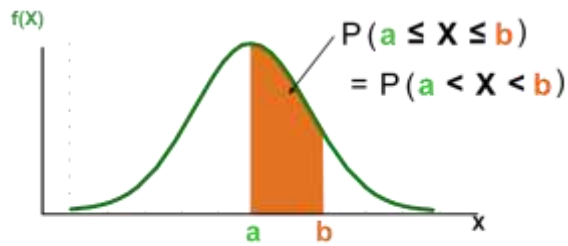


Nilai disebelah kanan mean adalah nilai Z positive, disebelah kiri mean adalah nilai Z negatif

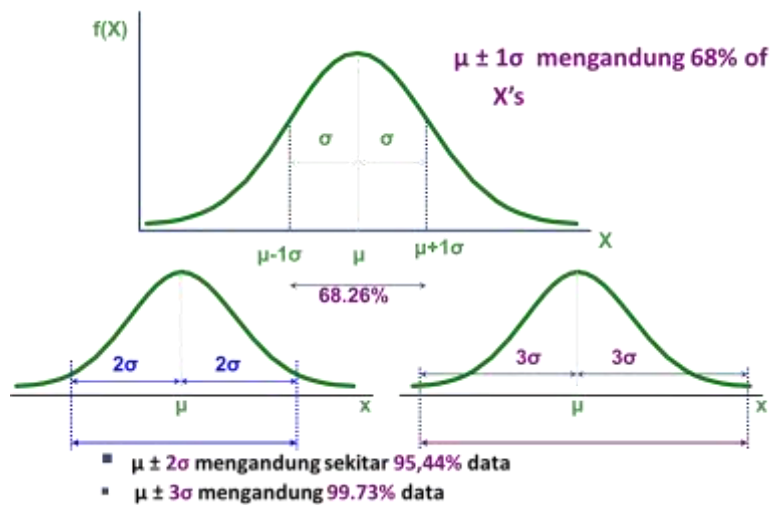
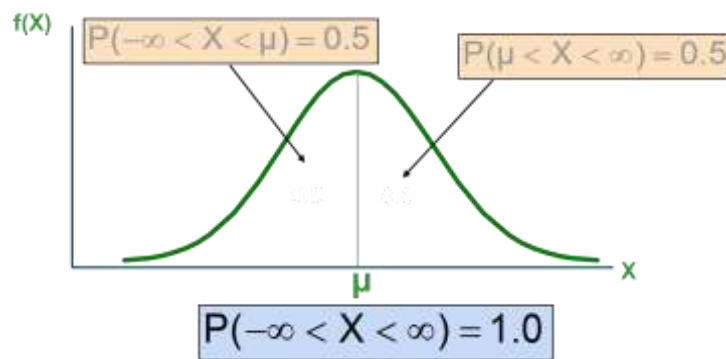
### Menentukan Peluang Distribusi Normal :

Peluang diukur dari luas area di bawah kurva

Probability is the area under the curve!



Jumlah area di bawah kurva normal mempunyai peluang 1, karena distribusi normal mempunyai kurva yang simetris, maka peluang 0,5 di atas mean dan 0,5 di bawah mean



### Menentukan nilai X jika peluang diketahui

Langkah untuk menentukan nilai X dimana peluang diketahui:

1. Tentukan nilai Z dengan peluang yang sudah diketahui
2. Ubah X unit dengan rumus:

$$X = \mu + Z\sigma$$

## MENGUJI KENORMALAN DISTRIBUSI

- Tidak semua variabel random kontinyu berdistribusi normal.
- Sangat penting untuk mengetahui suatu data apakah berdistribusi normal atau tidak
- Susun grafik
  - Jika jumlah data sedikit , buat stem-and-leaf dan box-and-whisker plot untuk melihat apakah distribusi data simetris?
  - Jika jumlah data brsar, buat histogram atau polygon apakah terlihat bentuknya seperti lonceng?
- Hitung ukuran-ukuran statistik deskriptif
  - Hitung mean, median dan modus,apakah nilainya sama?
  - Apakah interquartile range mendekati  $1.33 \sigma$ ?
  - Apakah range mendekati  $6 \sigma$ ?
- Menguji dengan normal probability plot
  - Apakah plot peluang normal membentuk garis linier dengan slope positif?

### Hubungan Distribusi Binomial dan Distribusi Normal

Dalam kasus perubahan variabel acak diskrit diubah menjadi variabel acak kontinu, maka nilai variabel acak tersebut perlu mendapat penyesuaian dengan memberikan koreksi kontinuitas

| No. | Dari Distribusi Binomial   | Menjadi Distribusi Normal                  |
|-----|----------------------------|--|
| 1.  | $P(X = x)$                 | $P(x - \frac{1}{2} < X < x + \frac{1}{2})$ |
| 2.  | $P(X \leq x)$              | $P(X \leq x + \frac{1}{2})$                |
| 3.  | $P(X < x) = P(X \leq x-1)$ | $P(X \leq (x - 1) + \frac{1}{2})$          |
| 4.  | $P(a < x < b)$             | $P(a - \frac{1}{2} < X < b + \frac{1}{2})$ |

## REFERENSI

1. Ross, Sheldon.(2010), A first course in probability, 8th ed., Pearson Prentice Hall, United States of America.
2. Walpole, Ronald E., Myers, Raymond H., Myers, Sharon L. (2013), Essentials of Probability & Statistics for Engineers & Scientists, Pearson Education, United States of America.