Permutasi dan Kombinasi

Kuliah Matematika Diskret Semester Genap 2022-2023

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

April 2023

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

1. *Discrete Mathematics and Its Applications*, Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
2. *Discrete Mathematics with Applications*, Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
3. *Mathematics for Computer Science*. MIT, 2010, oleh E. Lehman, F. T. Leighton, A. R. Meyer.
4. *Slide* kuliah Matematika Diskret 2 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
5. Slide kuliah Matematika Diskret 1 di Fasilkom UI oleh A. A. Krisnadhi.
6. *Slide* kuliah Matematika Diskrit di Telkom University oleh B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke `<pleasedontspam>@telkomuniversity.ac.id`.

Bahasan

Bahasan

1. Permutasi
2. Kombinasi
3. Latihan Permutasi dan Kombinasi
4. Challenging Problems

Permutasi

Sering kali kita perlu menghitung banyaknya cara pengaturan objek tertentu dengan memperhatikan urutannya.

Definisi (Permutasi)

Permutasi dari suatu himpunan objek adalah pengaturan yang memperhatikan urutan dari objek-objek tersebut.

Definisi (Permutasi-r (r-*permutation*))

Permutasi-r adalah pengaturan r buah objek dari suatu himpunan secara terurut.

Permutasi pada Himpunan

Contoh

Diberikan $A = \{1, 2, 3\}$

1. $(3, 1, 2)$, $(2, 3, 1)$, dan $(1, 3, 2)$ adalah contoh permutasi dari elemen-elemen A. Dalam hal ini $(3, 1, 2)$, $(2, 3, 1)$, dan $(1, 2, 3)$ berbeda.
2. $(3, 1)$ dan $(1, 3)$ adalah suatu permutasi-2 (2-*permutation*) dari elemen-elemen A. Dalam hal ini $(3, 1)$ dan $(1, 3)$ berbeda.

Notasi Permutasi

Permutasi-r dari himpunan dengan n anggota dinotasikan dengan

$$P(n, r) \text{ atau } P_r^n \text{ atau } {}_nP_r \text{ atau } {}^nP_r \text{ atau } P_{n,r}.$$

Permutasi dan Aturan Perkalian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$.

Bukti

Permutasi dan Aturan Perkalian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$.

Bukti

Perhatikan bahwa ada $(n-i+1)$ cara untuk memilih elemen ke-i dari permutasi (ingat soal tentang banyaknya pasangan dansa pada *slide* Aturan Dasar Berhitung). Karena ada r elemen, maka berdasarkan aturan perkalian $P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$. $\square$

Notasi Faktorial

Definisi

Untuk setiap bilangan bulat $n \geq 0$, $n!$ didefinisikan secara rekursif sebagai berikut

$$n! = \begin{cases} n \cdot (n-1)! & \text{, jika } n > 0 \\ 1 & \text{, jika } n = 0. \end{cases}$$

Dengan notasi ini kita memiliki

$$\begin{aligned} P(n,r) &= \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)(n-r)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!} \\ P(n,n) &= \frac{n!}{(n-n)!} = n! \end{aligned}$$

$n!$ menyatakan banyaknya cara berbeda untuk menyusun n buah objek.

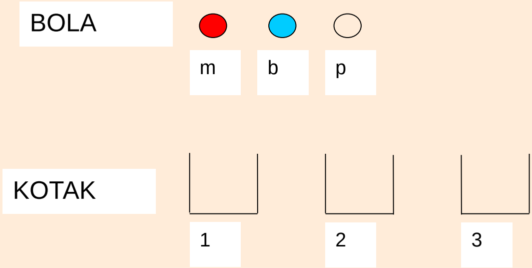
$0! = 1$

$0!$ menyatakan banyaknya cara berbeda untuk menyusun 0 objek. Perhatikan bahwa terdapat 1 cara untuk menyusun 0 objek.

Permutasi Sederhana

Contoh

Terdapat tiga buah bola berwarna merah, biru, dan putih yang semuanya akan ditempatkan ke dalam kotak berlabel 1, 2, dan 3. Jika setiap kotak hanya dapat ditempati oleh satu bola, ada berapa banyak cara berbeda yang dapat dilakukan untuk menempatkan ketiga bola tersebut?



Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm
p	b	m	pbm

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm
p	b	m	pbm
p	m	b	pmb

Perhatikan bahwa masalah penempatan ketiga bola adalah permutasi-3 dari 3 objek, yaitu

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm
p	b	m	pbm
p	m	b	pmb

Perhatikan bahwa masalah penempatan ketiga bola adalah permutasi-3 dari 3 objek, yaitu $P(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3!}{1} =$

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm
p	b	m	pbm
p	m	b	pmb

Perhatikan bahwa masalah penempatan ketiga bola adalah permutasi-3 dari 3 objek, yaitu $P(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3!}{1} = (3)(2)(1) = 6$.

Misalkan bola merah, biru, dan putih berturut-turut ditulis dengan m, b, dan p. Kita dapat mengkontruksi tabel berikut untuk menulis semua enumerasi yang mungkin.

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Urutan
m	b	p	mbp
m	p	b	mpb
b	m	p	bmp
b	p	m	bpm
p	b	m	pbm
p	m	b	pmb

Perhatikan bahwa masalah penempatan ketiga bola adalah permutasi-3 dari 3 objek, yaitu $P(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3!}{1} = (3)(2)(1) = 6$. Hal ini juga dapat diselesaikan dengan aturan perkalian yang telah dipelajari sebelumnya.

Contoh Soal Permutasi

Contoh Soal Permutasi

1. Tiga ujian, yaitu Matematika Diskrit, Probabilitas dan Statistika, serta RPL akan dilakukan dalam lima hari (Senin sampai Jumat). Jika tidak boleh ada ujian yang dilakukan pada hari yang sama, ada berapa banyak cara pengaturan jadwal ujian yang berbeda?
2. Ada berapa banyak permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string "**EQU**"?
   (Contohnya: **EQUATORS, AEQUTORS**, **STORAEQU**, **SEQUATOR**, **SORTEQUA**, **TROASEQU**, dan lain-lain)
3. Ada berapa banyak permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string "**EQU**" dan "**TOR**"?
   (Contohnya: **EQUATORS**, **AEQUTORS**, **STORAEQU**, **SEQUATOR**, dan **TORASEQU**; namun **SORTEQUA**, **TROASEQU**, **TORQUASE**, dan **QUASETOR** tidak termasuk dalam string ini karena tidak memuat string "EQU" dan "TOR" secara bersamaan).

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P\left(5, 3\right) =$

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.
3. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.
3. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Selanjutnya pandang string **TOR** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **Y**.

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.
3. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Selanjutnya pandang string **TOR** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **Y**. Permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.
3. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Selanjutnya pandang string **TOR** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **Y**. Permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 4 objek, yaitu **X**,**A**,**Y**,**S**. Akibatnya ada sebanyak

Solusi Contoh Soal Permutasi

1. Permasalahan ini merupakan permutasi-3 dari 5 objek. Akibatnya ada sebanyak $P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ pengaturan jadwal ujian yang berbeda. (Masalah ini juga dapat dipecahkan menggunakan aturan perkalian.)
2. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Maka permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 6 objek, yaitu **X,A,T,O,R,S**. Akibatnya ada sebanyak $6! = 720$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU**.
3. Pandang string **EQU** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **X**. Selanjutnya pandang string **TOR** sebagai satu blok dan notasikan blok tersebut dengan **Y**. Permasalahan yang ada menjadi banyaknya permutasi 4 objek, yaitu **X**,**A**,**Y**,**S**. Akibatnya ada sebanyak $4! = 24$ permutasi dari string **EQUATORS** yang memuat string **EQU** dan **TOR**.

Bahasan

Kombinasi

Kadang-kadang kita juga perlu menghitung banyaknya cara pengaturan objek tertentu tanpa memperhatikan urutannya.

Definisi (Kombinasi)

Kombinasi dari suatu himpunan objek adalah pengaturan yang tidak memperhatikan urutan dari objek-objek tersebut.

Definisi (Kombinasi-r (r-*combination*))

Kombinasi-r adalah pengaturan r buah objek tanpa memperhatikan urutan dari objek-objek tersebut.

Contoh

Diberikan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1. $\{1, 5, 6\}$ adalah suatu kombinasi-3 dari elemen-elemen A. Dalam hal ini $\{1, 5, 6\}$, $\{1, 6, 5\}$, $\{5, 1, 6\}$, $\{5, 6, 1\}$, $\{6, 1, 5\}$, $\{6, 5, 1\}$ merupakan kombinasi-3 yang sama (urutan tidak penting).
2. $\{4, 5\}$ adalah suatu kombinasi-2 dari elemen-elemen A. Ada 15 macam kombinasi-2 dari elemen-elemen A (silakan coba sendiri).

Notasi Kombinasi

Kombinasi-r dari himpunan dengan n anggota dinotasikan dengan

$$C(n, r) \text{ atau } C_r^n \text{ atau } {}_nC_r \text{ atau } {}^nC_r \text{ atau } C_{n,r} \text{ atau } \binom{n}{r}.$$

$\binom{n}{r}$ juga disebut sebagai koefisien binomial dan dibaca: "n diambil r" atau "n dipilih r" (n *choose* r).

Kombinasi, Aturan Perkalian, dan Aturan Pembagian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{P(r,r)}$.

Bukti

Kombinasi, Aturan Perkalian, dan Aturan Pembagian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{P(r,r)}$.

Bukti

Dengan memperhatikan urutannya, terdapat $P(n,r)$ cara untuk memilih r objek dari n objek. Selanjutnya karena urutan tidak berpengaruh, maka berdasarkan aturan pembagian terdapat

Kombinasi, Aturan Perkalian, dan Aturan Pembagian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{P(r,r)}$.

Bukti

Dengan memperhatikan urutannya, terdapat $P(n,r)$ cara untuk memilih r objek dari n objek. Selanjutnya karena urutan tidak berpengaruh, maka berdasarkan aturan pembagian terdapat $\frac{P(n,r)}{r!}$ cara berbeda untuk memilih r objek dari n objek (ingat soal pada *slide* Aturan Dasar Berhitung tentang banyaknya himpunan bagian dengan kardinalitas k dari himpunan A yang memenuhi $|A| = n$).

Kombinasi, Aturan Perkalian, dan Aturan Pembagian

Teorema

Bila $0 \leq r \leq n$ maka $C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{P(r,r)}$.

Bukti

Dengan memperhatikan urutannya, terdapat $P(n, r)$ cara untuk memilih r objek dari n objek. Selanjutnya karena urutan tidak berpengaruh, maka berdasarkan aturan pembagian terdapat $\frac{P(n,r)}{r!}$ cara berbeda untuk memilih r objek dari n objek (ingat soal pada *slide* Aturan Dasar Berhitung tentang banyaknya himpunan bagian dengan kardinalitas k dari himpunan A yang memenuhi $|A| = n$).
Perhatikan bahwa $\frac{P(n,r)}{r!} = \frac{P(n,r)}{P(r,r)}$. □

Akibat

$C(n, r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{n!}{(n-r)!} \cdot \frac{1}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$.

Identitas Kombinasi

Akibat

$C(n,r) = C(n,n-r)$, atau kita dapat menulis $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Bukti (Bukti Aljabar)

Identitas Kombinasi

Akibat

$C(n,r) = C(n, n-r)$, atau kita dapat menulis $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Bukti (Bukti Aljabar)

Tinjau bahwa

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-r))!(n-r)!} = C(n, n-r).$$

$\square$

Bukti (Bukti Kombinatorik)

Identitas Kombinasi

Akibat

$C(n,r) = C(n,n-r)$, atau kita dapat menulis $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Bukti (Bukti Aljabar)

Tinjau bahwa

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-r))!(n-r)!} = C(n,n-r).$$

□

Bukti (Bukti Kombinatorik)

Diberikan n objek, memilih r objek dari n objek (yaitu $\binom{n}{r}$) sama halnya dengan meninggalkan $n-r$ objek dari n objek (yaitu $\binom{n}{n-r}$). □

Kombinasi Sederhana

Contoh

Terdapat dua bola berwarna kuning yang identik dan akan ditempatkan ke dalam tiga kotak yang berlabel 1, 2, dan 3. Jika setiap kotak maksimal ditempati oleh satu bola, ada berapa banyak cara penempatan bola yang berbeda?

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih

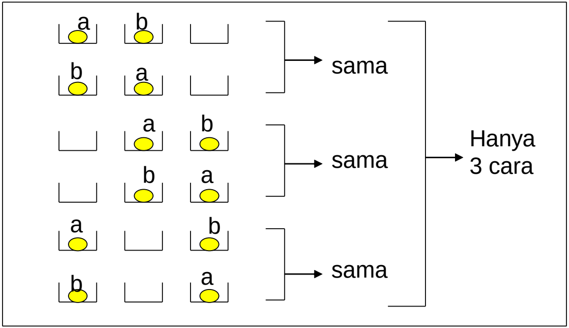
Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih 2 kotak. Total banyaknya pemilihan bila bola dibedakan menjadi bola a dan b adalah sebanyak

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih 2 kotak. Total banyaknya pemilihan bila bola dibedakan menjadi bola a dan b adalah sebanyak $3 \cdot 2$ cara.

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih 2 kotak. Total banyaknya pemilihan bila bola dibedakan menjadi bola a dan b adalah sebanyak $3 \cdot 2$ cara. Karena bola tidak dibedakan, maka hasil ini harus dibagi dengan $2!$, sehingga banyaknya penempatan bola berbeda adalah

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih 2 kotak. Total banyaknya pemilihan bila bola dibedakan menjadi bola a dan b adalah sebanyak $3 \cdot 2$ cara. Karena bola tidak dibedakan, maka hasil ini harus dibagi dengan $2!$, sehingga banyaknya penempatan bola berbeda adalah 3 cara.

Misalkan bola dibedakan terlebih dulu, sebutlah bola a dan b. Bola a dapat memilih 3 kotak, sedangkan bola b dapat memilih 2 kotak. Total banyaknya pemilihan bila bola dibedakan menjadi bola a dan b adalah sebanyak $3 \cdot 2$ cara. Karena bola tidak dibedakan, maka hasil ini harus dibagi dengan $2!$, sehingga banyaknya penempatan bola berbeda adalah 3 cara.



Contoh Soal Kombinasi

Contoh Soal Kombinasi

1. Suatu klub sepakbola terdiri atas 23 pemain. Ada berapa banyak *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk jika setiap pemain dapat bermain pada posisi apapun? (Catatan: *starting lineup* adalah 11 pemain yang berada di lapangan ketika awal pertandingan).
2. Ada berapa banyak string biner dengan panjang 8 yang memuat tepat 3 digit 1? (Contohnya: 11100000, 0111000, 01010100, 11000010, 10100100, dan lain-lain.)
3. Di suatu kelas terdapat 25 mahasiswa dan 20 mahasiswi. Berapa banyak cara membentuk delegasi perwakilan kelas yang beranggotakan 4 orang dan setidaknya satu orang adalah mahasiswa dan setidaknya satu orang adalah mahasiswi.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat $\binom{23}{11} = 1\,352\,078$ *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk.
2. Misalkan string biner dengan panjang 8 tersebut adalah

$$s_1\ s_2\ s_3\ s_4\ s_5\ s_6\ s_7\ s_8.$$

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat $\binom{23}{11} = 1\,352\,078$ *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk.
2. Misalkan string biner dengan panjang 8 tersebut adalah

$$s_1\ s_2\ s_3\ s_4\ s_5\ s_6\ s_7\ s_8.$$

Bila kita memperhatikan semua kemungkinan posisi karakter 1 yang diperbolehkan, maka kemungkinan posisi tersebut akan membentuk suatu

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat $\binom{23}{11} = 1\,352\,078$ *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk.
2. Misalkan string biner dengan panjang 8 tersebut adalah

$$s_1\ s_2\ s_3\ s_4\ s_5\ s_6\ s_7\ s_8.$$

Bila kita memperhatikan semua kemungkinan posisi karakter 1 yang diperbolehkan, maka kemungkinan posisi tersebut akan membentuk suatu kombinasi-3 dari

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat $\binom{23}{11} = 1\,352\,078$ *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk.
2. Misalkan string biner dengan panjang 8 tersebut adalah

$$s_1\ s_2\ s_3\ s_4\ s_5\ s_6\ s_7\ s_8.$$

Bila kita memperhatikan semua kemungkinan posisi karakter 1 yang diperbolehkan, maka kemungkinan posisi tersebut akan membentuk suatu kombinasi-3 dari $\{1, 2, 3, \ldots, 8\}$. Jadi terdapat

Solusi Contoh Soal Kombinasi (1 & 2)

1. Permasalahan ini merupakan permasalahan kombinasi-11 dari 23. Akibatnya terdapat $\binom{23}{11} = 1\,352\,078$ *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk.
2. Misalkan string biner dengan panjang 8 tersebut adalah

$$s_1\ s_2\ s_3\ s_4\ s_5\ s_6\ s_7\ s_8.$$

   Bila kita memperhatikan semua kemungkinan posisi karakter 1 yang diperbolehkan, maka kemungkinan posisi tersebut akan membentuk suatu kombinasi-3 dari $\{1, 2, 3, \ldots, 8\}$. Jadi terdapat $\binom{8}{3} = 56$ string biner berbeda dengan pajang 8 yang tepat memuat 3 digit 1.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{3}$ cara untuk memilih mahasiswa dan

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{3}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{1}$ cara untuk memilih mahasiswi.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{3}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{1}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{3}\binom{20}{1}$ cara.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{3}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{1}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{3}\binom{20}{1}$ cara.

   Karena ketiga kasus di atas saling lepas, maka dengan aturan penjumlahan pembentukan delegasi dapat dilakukan dalam
   $\binom{25}{1}\binom{20}{3} + \binom{25}{2}\binom{20}{2} + \binom{25}{3}\binom{20}{1} = 131\,500$ cara.

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 1)

3. Perhatikan 3 kasus berikut:
   - Jika delegasi terdiri atas 1 mahasiswa dan 3 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{1}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{3}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{2}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{2}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{2}\binom{20}{2}$ cara.
   - Jika delegasi terdiri atas 3 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka terdapat $\binom{25}{3}$ cara untuk memilih mahasiswa dan $\binom{20}{1}$ cara untuk memilih mahasiswi. Dengan aturan perkalian hal ini dapat dilakukan dalam $\binom{25}{3}\binom{20}{1}$ cara.

Karena ketiga kasus di atas saling lepas, maka dengan aturan penjumlahan pembentukan delegasi dapat dilakukan dalam $\binom{25}{1}\binom{20}{3} + \binom{25}{2}\binom{20}{2} + \binom{25}{3}\binom{20}{1} = 131\,500$ cara. Kita TIDAK dapat memperoleh hasil ini dari $\binom{25}{1}\binom{20}{1}\binom{43}{2}$, karena $\binom{43}{2}$ TIDAK membedakan pengambilan mahasiswa dan mahasiswi. (Lebih jauh, $\binom{25}{1}\binom{20}{1}\binom{43}{2} = 451\,500$).

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada $\binom{20}{4}$ cara. Jika $P : \#$ cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang dengan setidaknya 1 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada $\binom{20}{4}$ cara. Jika $P : \#$ cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang dengan setidaknya 1 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka

$$P = Q - (R + S),$$

dengan

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada $\binom{20}{4}$ cara. Jika P : # cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang dengan setidaknya 1 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka

$$P = Q - (R + S),$$

dengan

- Q : # cara pembentukan delegasi beranggotakan 4 orang

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada $\binom{20}{4}$ cara. Jika P : # cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang dengan setidaknya 1 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka

$$P = Q - (R + S),$$

dengan

- Q : # cara pembentukan delegasi beranggotakan 4 orang
- R : # cara pembentukan delegasi yang keempatnya mahasiswa

Solusi Contoh Soal Kombinasi (3, cara 2)

3. Perhatikan bahwa banyaknya cara membentuk delegasi yang beranggotakan 4 orang dari 45 mahasiswa ada $\binom{45}{4}$ cara, banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang mahasiswa ada $\binom{25}{4}$ cara, dan banyaknya cara membentuk delegasi beranggotakan 4 mahasiswi ada $\binom{20}{4}$ cara. Jika P : # cara membentuk delegasi beranggotakan 4 orang dengan setidaknya 1 mahasiswa dan 1 mahasiswi, maka

$$P = Q - (R + S),$$

dengan

- Q : # cara pembentukan delegasi beranggotakan 4 orang
- R : # cara pembentukan delegasi yang keempatnya mahasiswa
- S : # cara pembentukan delegasi yang keempatnya mahasiswi

Akibatnya $P = \binom{45}{4} - \binom{25}{4} - \binom{20}{4} = 131\,500.$

Bahasan

Latihan 1

Latihan

1. Sheldon, Leonard, Howard, Rajesh, dan Stuart pergi menonton film. Ketika mereka datang yang belum terisi hanya baris paling depan saja yang memuat 7 kursi. Ada berapa banyak cara duduk yang berbeda dengan syarat Howard dan Rajesh tidak duduk bersebelahan?
2. Sebuah klub sepakbola memiliki 23 pemain yang 3 diantaranya adalah penjaga gawang. Berapa banyak *starting lineup* berbeda yang dapat dibentuk bila:
    1. tepat satu penjaga gawang harus bermain (formasi yang digunakan tidak diperhatikan),
    2. klub sepakbola tersebut dapat memakai formasi 4-4-2 atau 4-3-3, dan semua pemain selain penjaga gawang dapat bermain di posisi bek, gelandang, atau penyerang. (Dalam sepakbola hanya ada satu penjaga gawang yang dapat dimainkan di lapangan).

Solusi Soal 1 Latihan 1

Misalkan $R : \#$ cara duduk sehingga Howard dan Rajesh tidak duduk bersebelahan.

Solusi Soal 1 Latihan 1

Misalkan $R : \#$ cara duduk sehingga Howard dan Rajesh tidak duduk bersebelahan. Kita dapat menghitung R dengan cara berikut

$$R = S - T,$$

Solusi Soal 1 Latihan 1

Misalkan R : # cara duduk sehingga Howard dan Rajesh tidak duduk bersebelahan. Kita dapat menghitung R dengan cara berikut

$$R = S - T,$$

- S : # cara duduk yang mungkin di antara 5 orang tersebut,

Solusi Soal 1 Latihan 1

Misalkan R : # cara duduk sehingga Howard dan Rajesh tidak duduk bersebelahan. Kita dapat menghitung R dengan cara berikut

$$R = S - T,$$

- S : # cara duduk yang mungkin di antara 5 orang tersebut,
- T : # cara duduk dengan syarat Howard dan Rajesh duduk bersebelahan.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7, 5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7, 5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.
- Howard duduk di sebelah kiri Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh juga dipandang sebagai satu objek.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.
- Howard duduk di sebelah kiri Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh juga dipandang sebagai satu objek. Dengan alasan yang sama seperti sebelumnya, banyaknya cara duduk yang ada juga $P(6,4)$.

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.
- Howard duduk di sebelah kiri Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh juga dipandang sebagai satu objek. Dengan alasan yang sama seperti sebelumnya, banyaknya cara duduk yang ada juga $P(6,4)$.

Berdasarkan aturan penjumlahan, banyaknya cara duduk dengan syarat Howard dan Rajesh duduk bersebelahan adalah

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.
- Howard duduk di sebelah kiri Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh juga dipandang sebagai satu objek. Dengan alasan yang sama seperti sebelumnya, banyaknya cara duduk yang ada juga $P(6,4)$.

Berdasarkan aturan penjumlahan, banyaknya cara duduk dengan syarat Howard dan Rajesh duduk bersebelahan adalah $2 \cdot P(6,4)$. Dengan demikian

$$R =$$

Tinjau bahwa nilai S merupakan permutasi-5 dari 7 objek. Akibatnya $S = P(7,5)$. Selanjutnya akan dihitung nilai dari T. Ketika Howard dan Rajesh duduk bersebelahan, kita memiliki dua kasus, yaitu:

- Howard duduk di sebelah kanan Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh dipandang sebagai satu objek. Banyaknya cara duduk yang ada merupakan permutasi-4 dari 6 objek (ketika Howard dan Rajesh dianggap sebagai satu objek, maka keduanya menempati dua kursi yang bersebelahan) atau $P(6,4)$.
- Howard duduk di sebelah kiri Rajesh, dalam hal ini Howard dan Rajesh juga dipandang sebagai satu objek. Dengan alasan yang sama seperti sebelumnya, banyaknya cara duduk yang ada juga $P(6,4)$.

Berdasarkan aturan penjumlahan, banyaknya cara duduk dengan syarat Howard dan Rajesh duduk bersebelahan adalah $2 \cdot P(6,4)$. Dengan demikian

$$R = P(7,5) - 2 \cdot P(6,4) = \frac{7!}{(7-5)!} - 2 \cdot \frac{6!}{(6-4)!} = 1800.$$

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada $\binom{3}{1}$ cara.

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada $\binom{3}{1}$ cara. Kemudian kita dapat memilih 10 pemain non penjaga gawang dari 20 pemain yang belum dimainkan.

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada $\binom{3}{1}$ cara. Kemudian kita dapat memilih 10 pemain non penjaga gawang dari 20 pemain yang belum dimainkan. Dengan perkataan lain ada $\binom{20}{10}$ cara untuk memilih pemain non penjaga gawang.

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada $\binom{3}{1}$ cara. Kemudian kita dapat memilih 10 pemain non penjaga gawang dari 20 pemain yang belum dimainkan. Dengan perkataan lain ada $\binom{20}{10}$ cara untuk memilih pemain non penjaga gawang. Dengan aturan perkalian terdapat $\binom{3}{1}\binom{20}{10} = 554\,268$ *starting lineup yang berbeda*.

Solusi Soal 2 Latihan 1

Untuk masalah pertama, perhatikan bahwa banyaknya cara memilih penjaga gawang ada $\binom{3}{1}$ cara. Kemudian kita dapat memilih 10 pemain non penjaga gawang dari 20 pemain yang belum dimainkan. Dengan perkataan lain ada $\binom{20}{10}$ cara untuk memilih pemain non penjaga gawang. Dengan aturan perkalian terdapat $\binom{3}{1}\binom{20}{10} = 554\,268$ *starting lineup yang berbeda*.

Untuk masalah kedua, misalkan B, G, P berturut-turut menyatakan banyaknya cara memilih bek, gelandang, dan penyerang dari 20 pemain non penjaga gawang yang ada. Tinjau dua kasus berikut:

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ ($20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ ($20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang).

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20-4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20-8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20-4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20-8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ ($20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ ($20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ ($20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P =$

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20-4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20-8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ $(20-4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-7}{3}$ $(20-7$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang).

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-7}{3}$ $(20 - 7$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-7}{3}$ $(20 - 7$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{3}\binom{20-7}{3} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{3}\binom{13}{3}$.

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-7}{3}$ $(20 - 7$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{3}\binom{20-7}{3} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{3}\binom{13}{3}$.

Berdasarkan aturan penjumlahan, *starting lineup* yang berbeda ada sebanyak

- Jika formasi yang digunakan adalah 4-4-2, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{4}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-8}{2}$ $(20 - 8$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{4}\binom{20-8}{2} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2}$.
- Jika formasi yang digunakan adalah 4-3-3, maka terdapat $\binom{3}{1}$ pilihan untuk penjaga gawang. Selanjutnya $B = \binom{20}{4}$, $G = \binom{20-4}{3}$ $(20 - 4$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek), $P = \binom{20-7}{3}$ $(20 - 7$ menyatakan banyaknya pemain yang belum menjadi bek atau gelandang). Berdasarkan aturan perkalian, banyaknya *starting lineup* berbeda adalah $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{20-4}{3}\binom{20-7}{3} = \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{3}\binom{13}{3}$.

Berdasarkan aturan penjumlahan, *starting lineup* yang berbeda ada sebanyak $\binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{2} + \binom{3}{1}\binom{20}{4}\binom{16}{3}\binom{13}{3} = 4\,073\,869\,800$ (susunan ini lebih banyak dari yang ada pada masalah pertama karena pada masalah pertama formasi tidak diperhatikan).

Latihan 2

Latihan

Sebuah universitas ingin mengirimkan lima orang mahasiswanya untuk mengikuti lomba. Dari hasil seleksi awal, diperoleh sepuluh mahasiswa yang akan dikirimkan. Alice dan Bob termasuk dua orang di antaranya. Tentukan banyaknya cara pemilihan jika:

1. Alice harus terpilih;
2. Alice tidak boleh dipilih;
3. Alice harus terpilih, namun Bob tidak boleh dipilih;
4. Alice dan Bob keduanya harus terpilih;
5. Alice dan Bob keduanya tidak boleh dipilih (tim tidak boleh memuat Alice atau Bob);
6. Alice atau Bob harus dipilih (tim harus memuat Alice atau Bob atau keduanya);
7. Alice atau Bob harus dipilih, namun tidak boleh keduanya.

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang (10 orang dikurangi Alice dan Bob). Banyakya cara pemilihan adalah

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{4} = 70$.
4. Karena Alice dan Bob keduanya harus dipilih, maka

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang (10 orang dikurangi Alice). Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang (10 orang dikurangi Alice dan Bob). Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{4} = 70$.
4. Karena Alice dan Bob keduanya harus dipilih, maka kita hanya memilih 3 orang dari 8 orang (10 orang dikurangi Alice dan Bob). Banyakya cara pemilihan adalah

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{4} = 70$.
4. Karena Alice dan Bob keduanya harus dipilih, maka kita hanya memilih 3 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{3} = 56$.
5. Karena Alice dan Bob tidak boleh dipilih, maka

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{4} = 70$.
4. Karena Alice dan Bob keduanya harus dipilih, maka kita hanya memilih 3 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{3} = 56$.
5. Karena Alice dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah

Solusi Latihan 2

1. Karena Alice harus terpilih, maka kita hanya memilih 4 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{4} = 126$.
2. Karena Alice tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 9 orang $(10$ orang dikurangi Alice$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{9}{5} = 126$.
3. Karena Alice harus terpilih dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 4 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{4} = 70$.
4. Karena Alice dan Bob keduanya harus dipilih, maka kita hanya memilih 3 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyakya cara pemilihan adalah $\binom{8}{3} = 56$.
5. Karena Alice dan Bob tidak boleh dipilih, maka kita memilih 5 orang dari 8 orang $(10$ orang dikurangi Alice dan Bob$)$. Banyaknya cara pemilihan adalah $\binom{8}{5} = 56$.

6. Misalkan

$$
\begin{aligned}
A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\
B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\
A \cap B &:
\end{aligned}
$$

6. Misalkan

$$
\begin{aligned}
A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\
B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\
A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob}
\end{aligned}
$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| =$

6. Misalkan

$$
\begin{aligned}
A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\
B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\
A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob}
\end{aligned}
$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$,
$|B| =$

6. Misalkan

$$
\begin{aligned}
A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\
B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\
A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob}
\end{aligned}
$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| =$

6. Misalkan

$$\begin{aligned} A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\ B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\ A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob} \end{aligned}$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| = \binom{10-2}{5-2} = \binom{8}{3}$. Akibatnya banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice atau Bob adalah

$$|A \cup B| =$$

6. Misalkan

$$\begin{aligned} A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\ B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\ A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob} \end{aligned}$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| = \binom{10-2}{5-2} = \binom{8}{3}$. Akibatnya banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice atau Bob adalah

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| =$$

6. Misalkan

$$
\begin{aligned}
A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\
B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\
A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob}
\end{aligned}
$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| = \binom{10-2}{5-2} = \binom{8}{3}$. Akibatnya banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice atau Bob adalah

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = \binom{9}{4} + \binom{9}{4} - \binom{8}{3} = 196$$

7. Serupa dengan nomor sebelumnya, banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan salah satu saja di antara Alice atau Bob adalah

$$|A \oplus B| =$$

6. Misalkan

$$\begin{aligned} A &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\ B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\ A \cap B &: \text{ cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob} \end{aligned}$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| = \binom{10-2}{5-2} = \binom{8}{3}$. Akibatnya banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice atau Bob adalah

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = \binom{9}{4} + \binom{9}{4} - \binom{8}{3} = 196$$

7. Serupa dengan nomor sebelumnya, banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan salah satu saja di antara Alice atau Bob adalah

$$\begin{aligned} |A \oplus B| &= |A \cup B| - |A \cap B| = |A| + |B| - 2\,|A \cap B| \\ &= \end{aligned}$$

6. Misalkan

$$\begin{aligned} A &: \text{cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice,} \\ B &: \text{cara pemilihan tim yang harus menyertakan Bob,} \\ A \cap B &: \text{cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice dan Bob} \end{aligned}$$

Dari argumen sebelumnya, kita memiliki $|A| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, $|B| = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$, dan $|A \cap B| = \binom{10-2}{5-2} = \binom{8}{3}$. Akibatnya banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan Alice atau Bob adalah

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = \binom{9}{4} + \binom{9}{4} - \binom{8}{3} = 196$$

7. Serupa dengan nomor sebelumnya, banyaknya cara pemilihan tim yang harus menyertakan salah satu saja di antara Alice atau Bob adalah

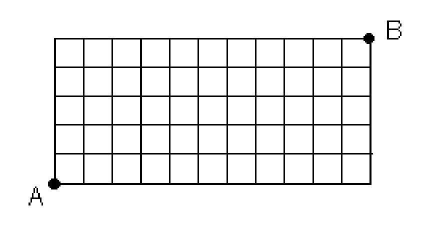
$$\begin{aligned} |A \oplus B| &= |A \cup B| - |A \cap B| = |A| + |B| - 2\,|A \cap B| \\ &= \binom{9}{4} + \binom{9}{4} - 2\binom{8}{3} = 140. \end{aligned}$$

Bahasan

Challenging Problems

Challenging Problems

1. Berapa banyak cara duduk berbeda yang dapat dilakukan 4 orang mahasiswa dan 4 orang mahasiswi di sebuah baris yang memuat 8 kursi jika mahasiswa dan mahasiswi tersebut harus duduk berselang-seling.
2. Carilah banyaknya lintasan terpendek dari A ke B pada gambar berikut.



Pergerakan yang diperbolehkan hanya satu satuan ke kiri atau kanan, serta satu satuan ke atas atau bawah.