Logika Predikat 3: Translasi Bahasa Alami ke Formula Logika Predikat – Aturan Inferensi untuk Formula Berkuantor

Kuliah Logika Matematika Semester Ganjil 2022-2023

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

Oktober-November 2022

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

1. *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 1), Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
2. *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 3), Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
3. *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems* (Bab 2), Edisi 2, 2004, oleh M. Huth dan M. Ryan.
4. *Mathematical Logic for Computer Science* (Bab 5, 6), Edisi 2, 2000, oleh M. Ben-Ari.
5. *Slide* kuliah Matematika Diskret 1 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
6. *Slide* kuliah Logika Matematika di Telkom University oleh A. Rakhmatsyah, B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke `<pleasedontspam>@telkomuniversity.ac.id`.

Bahasan

Bahasan

Tranlasi Bahasa Manusia ke Logika Predikat

Proses translasi dari bahasa manusia ke formula logika predikat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Definisikan domain dari kalimat yang akan diekspresikan dalam logika predikat.
2. Definisikan predikat apa saja yang diperlukan.
3. Ekspresikan kalimat tersebut memakai predikat yang telah didefinisikan sebelumnya.

Contoh Translasi 1

Kita akan mentraslasikan kalimat berikut ke logika predikat: “setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP”.
Jawaban pertama:

Contoh Translasi 1

Kita akan mentraslasikan kalimat berikut ke logika predikat: "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini}\}$

Contoh Translasi 1

Kita akan mentraslasikan kalimat berikut ke logika predikat: “setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP”.
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini}\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ mengambil kuliah DAP

Contoh Translasi 1

Kita akan mentraslasikan kalimat berikut ke logika predikat: "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini$\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ mengambil kuliah DAP
3. Akibatnya kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" dapat ditulis menjadi:

Contoh Translasi 1

Kita akan mentraslasikan kalimat berikut ke logika predikat: "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini$\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ mengambil kuliah DAP
3. Akibatnya kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" dapat ditulis menjadi: $\boxed{\forall x P(x)}$

Jawaban kedua:

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika}\}$

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x$ mahasiswa Teknik Informatika$\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ mengambil kuliah DAP

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x$ mahasiswa Teknik Informatika$\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ mengambil kuliah DAP
4. Akibatnya kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" dapat ditulis menjadi

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ mengambil kuliah DAP
4. Akibatnya kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" dapat ditulis menjadi $\boxed{\forall x\,(Q(x) \rightarrow R(x))}$

Catatan

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Logika Matematika di kelas ini
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ mengambil kuliah DAP
4. Akibatnya kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" dapat ditulis menjadi $\boxed{\forall x\,(Q(x) \rightarrow R(x))}$

Catatan

Kalimat "setiap mahasiswa Logika Matematika di kelas ini juga mengambil kuliah DAP" tidak dapat ditulis menjadi $\forall x\,(Q(x) \wedge R(x))$ karena hal ini berarti "setiap mahasiswa Teknik Informatika adalah mahasiswa Logika Matematika di kelas ini dan merupakan mahasiswa yang mengambil kuliah DAP".

Contoh Translasi 2

Kita akan mentranslasikan kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika".
Jawaban pertama:

Contoh Translasi 2

Kita akan mentranslasikan kalimat berikut: “ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika”.
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U}\}$

Contoh Translasi 2

Kita akan mentranslasikan kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U}\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ menyukai matematika

Contoh Translasi 2

Kita akan mentranslasikan kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U$\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ menyukai matematika
3. Akibatnya kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" dapat ditulis menjadi

Contoh Translasi 2

Kita akan mentranslasikan kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika".
Jawaban pertama:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U}\}$
2. Definisikan predikat $P(x) := x$ menyukai matematika
3. Akibatnya kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" dapat ditulis menjadi $\boxed{\exists x P(x)}$

Jawaban kedua:

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ menyukai matematika

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ menyukai matematika
4. Akibatnya kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" dapat ditulis menjadi

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ menyukai matematika
4. Akibatnya kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" dapat ditulis menjadi $\boxed{\exists x\,(Q(x) \wedge R(x))}$

Catatan

Jawaban kedua:

1. Pilih domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$
2. Definisikan predikat $Q(x) := x$ mahasiswa Teknik Informatika Tel-U
3. Definisikan predikat $R(x) := x$ menyukai matematika
4. Akibatnya kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" dapat ditulis menjadi $\boxed{\exists x\,(Q(x) \wedge R(x))}$

Catatan

Kalimat "ada mahasiswa Teknik Informatika Tel-U yang menyukai matematika" tidak dapat ditulis menjadi $\exists x\,(Q(x) \rightarrow R(x))$ karena $\exists x\,(Q(x) \rightarrow R(x))$ **juga bernilai benar** ketika ada mahasiswa yang menyukai matematika meskipun mahasiswa tersebut bukan mahasiswa Teknik Informatika Tel-U.

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (1)

Latihan

Translasikan kalimat berikut: "jika seseorang adalah pria yang memiliki anak, maka ia adalah seorang bapak", hanya dengan memakai domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$ dan predikat-predikat berikut:

1. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x) := x$ memiliki anak, dan $B(x) := x$ seorang bapak
2. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x, y) := x$ adalah ayah dari y, dan $B(x) := x$ seorang bapak

Solusi:

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (1)

Latihan

Translasikan kalimat berikut: "jika seseorang adalah pria yang memiliki anak, maka ia adalah seorang bapak", hanya dengan memakai domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$ dan predikat-predikat berikut:

1. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x) := x$ memiliki anak, dan $B(x) := x$ seorang bapak
2. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x, y) := x$ adalah ayah dari y, dan $B(x) := x$ seorang bapak

Solusi:

1. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan x memiliki anak, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 1 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (1)

Latihan

Translasikan kalimat berikut: "jika seseorang adalah pria yang memiliki anak, maka ia adalah seorang bapak", hanya dengan memakai domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$ dan predikat-predikat berikut:

1. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x) := x$ memiliki anak, dan $B(x) := x$ seorang bapak
2. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x, y) := x$ adalah ayah dari y, dan $B(x) := x$ seorang bapak

Solusi:

1. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan x memiliki anak, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 1 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi $\forall x\,(P(x) \wedge A(x) \rightarrow B(x))$.

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (1)

Latihan

Translasikan kalimat berikut: "jika seseorang adalah pria yang memiliki anak, maka ia adalah seorang bapak", hanya dengan memakai domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$ dan predikat-predikat berikut:

1. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x) := x$ memiliki anak, dan $B(x) := x$ seorang bapak
2. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x, y) := x$ adalah ayah dari y, dan $B(x) := x$ seorang bapak

Solusi:

1. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan x memiliki anak, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 1 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi $\forall x\,(P(x) \wedge A(x) \to B(x))$.
2. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan terdapat y sehingga x adalah ayah dari y, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 2 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (1)

Latihan

Translasikan kalimat berikut: "jika seseorang adalah pria yang memiliki anak, maka ia adalah seorang bapak", hanya dengan memakai domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$ dan predikat-predikat berikut:

1. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x) := x$ memiliki anak, dan $B(x) := x$ seorang bapak
2. $P(x) := x$ adalah pria, $A(x, y) := x$ adalah ayah dari y, dan $B(x) := x$ seorang bapak

Solusi:

1. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan x memiliki anak, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 1 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi $\forall x\,(P(x) \wedge A(x) \rightarrow B(x))$.
2. Kalimat dapat ditulis menjadi "untuk setiap manusia x, jika x adalah pria dan terdapat y sehingga x adalah ayah dari y, maka x adalah seorang bapak". Dengan predikat pada nomor 2 kita dapat mentranslasikan kalimat menjadi $\forall x\,(P(x) \wedge \exists y A(x, y) \rightarrow B(x))$.

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (2)

Latihan

Translasikan kalimat-kalimat berikut ke formula logika predikat:

1. Bob adalah teman akrab Alice.
2. Setiap manusia memiliki teman akrab.
3. Alice hanya memiliki satu teman akrab.
4. Setiap manusia hanya memiliki satu teman akrab.

Catatan: Anda hanya diperkenankan menggunakan domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$, predikat $T(x, y)$ yang berarti "x memiliki teman akrab y", predikat $=$ ('sama dengan'), dan predikat $\neq$ ('tidak sama dengan').

Solusi:

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (2)

Latihan

Translasikan kalimat-kalimat berikut ke formula logika predikat:

1. Bob adalah teman akrab Alice.
2. Setiap manusia memiliki teman akrab.
3. Alice hanya memiliki satu teman akrab.
4. Setiap manusia hanya memiliki satu teman akrab.

Catatan: Anda hanya diperkenankan menggunakan domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$, predikat $T(x, y)$ yang berarti "x memiliki teman akrab y", predikat $=$ ('sama dengan'), dan predikat $\neq$ ('tidak sama dengan').

Solusi:

1. Kalimat "Bob adalah teman akrab Alice" setara dengan "Alice memiliki teman akrab Bob". Dalam logika predikat kalimat ini ditulis sebagai

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (2)

Latihan

Translasikan kalimat-kalimat berikut ke formula logika predikat:

1. Bob adalah teman akrab Alice.
2. Setiap manusia memiliki teman akrab.
3. Alice hanya memiliki satu teman akrab.
4. Setiap manusia hanya memiliki satu teman akrab.

Catatan: Anda hanya diperkenankan menggunakan domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$, predikat $T(x, y)$ yang berarti "x memiliki teman akrab y", predikat $=$ ('sama dengan'), dan predikat $\neq$ ('tidak sama dengan').

Solusi:

1. Kalimat "Bob adalah teman akrab Alice" setara dengan "Alice memiliki teman akrab Bob". Dalam logika predikat kalimat ini ditulis sebagai $T(\mathrm{Alice}, \mathrm{Bob})$.

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (2)

Latihan

Translasikan kalimat-kalimat berikut ke formula logika predikat:

1. Bob adalah teman akrab Alice.
2. Setiap manusia memiliki teman akrab.
3. Alice hanya memiliki satu teman akrab.
4. Setiap manusia hanya memiliki satu teman akrab.

Catatan: Anda hanya diperkenankan menggunakan domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$, predikat $T(x, y)$ yang berarti "x memiliki teman akrab y", predikat $=$ ('sama dengan'), dan predikat $\neq$ ('tidak sama dengan').

Solusi:

1. Kalimat "Bob adalah teman akrab Alice" setara dengan "Alice memiliki teman akrab Bob". Dalam logika predikat kalimat ini ditulis sebagai $T(\mathrm{Alice}, \mathrm{Bob})$.
2. Kalimat nomor 2 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$". Akibatnya dalam logika predikat kalimat ini menjadi

Latihan Translasi Bahasa Alami – Logika Predikat (2)

Latihan

Translasikan kalimat-kalimat berikut ke formula logika predikat:

1. Bob adalah teman akrab Alice.
2. Setiap manusia memiliki teman akrab.
3. Alice hanya memiliki satu teman akrab.
4. Setiap manusia hanya memiliki satu teman akrab.

Catatan: Anda hanya diperkenankan menggunakan domain $D := \{x \mid x \text{ manusia}\}$, predikat $T(x, y)$ yang berarti "x memiliki teman akrab y", predikat $=$ ('sama dengan'), dan predikat $\neq$ ('tidak sama dengan').

Solusi:

1. Kalimat "Bob adalah teman akrab Alice" setara dengan "Alice memiliki teman akrab Bob". Dalam logika predikat kalimat ini ditulis sebagai $T(\mathrm{Alice}, \mathrm{Bob})$.
2. Kalimat nomor 2 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$". Akibatnya dalam logika predikat kalimat ini menjadi $\forall x\,(\exists y T(x, y))$ atau $\forall x \exists y T(x, y)$.

3. Kalimat nomor 3 dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan setiap manusia y yang tidak sama dengan x bukan teman akrab Alice".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

3. Kalimat nomor 3 dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan setiap manusia y yang tidak sama dengan x bukan teman akrab Alice".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\exists x\,(T\,(\text{Alice}, x) \wedge \forall y\,((x \neq y) \rightarrow \neg T\,(\text{Alice}, y)))\text{, atau}$$
$$\exists x \forall y\,(T\,(\text{Alice}, x) \wedge ((x \neq y) \rightarrow \neg T\,(\text{Alice}, y)))$$

3. Kalimat nomor 3 dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan setiap manusia y yang tidak sama dengan x bukan teman akrab Alice".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\exists x \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \land \forall y \left(\left(x \neq y\right) \rightarrow \neg T\left(\text{Alice}, y\right)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\exists x \forall y \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \land \left(\left(x \neq y\right) \rightarrow \neg T\left(\text{Alice}, y\right)\right)\right)$$

   Kalimat nomor 3 juga dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan untuk setiap manusia y yang merupakan teman akrab Alice, maka x dan y adalah orang yang sama. Hal ini ditulis dalam logika predikat sebagai

3. Kalimat nomor 3 dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan setiap manusia y yang tidak sama dengan x bukan teman akrab Alice".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\exists x \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \wedge \forall y \left(\left(x \neq y\right) \rightarrow \neg T\left(\text{Alice}, y\right)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\exists x \forall y \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \wedge \left(\left(x \neq y\right) \rightarrow \neg T\left(\text{Alice}, y\right)\right)\right)$$

   Kalimat nomor 3 juga dapat ditulis ulang menjadi "terdapat manusia x yang merupakan teman akrab Alice, dan untuk setiap manusia y yang merupakan teman akrab Alice, maka x dan y adalah orang yang sama. Hal ini ditulis dalam logika predikat sebagai

$$\exists x \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \wedge \forall y \left(T\left(\text{Alice}, y\right) \rightarrow \left(x = y\right)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\exists x \forall y \left(T\left(\text{Alice}, x\right) \wedge \left(T\left(\text{Alice}, y\right) \rightarrow \left(x = y\right)\right)\right).$$

4. Kalimat nomor 4 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$, dan setiap manusia z yang tidak sama dengan y bukan teman akrab dari x".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

4. Kalimat nomor 4 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$, dan setiap manusia z yang tidak sama dengan y bukan teman akrab dari x".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\forall x \exists y \left(T(x, y) \land \forall z \left((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\forall x \exists y \forall z \left(T(x, y) \land \left((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z)\right)\right).$$

4. Kalimat nomor 4 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$, dan setiap manusia z yang tidak sama dengan y bukan teman akrab dari x".
   Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\forall x \exists y\, (T(x, y) \wedge \forall z\, ((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z))), \text{ atau}$$
$$\forall x \exists y \forall z\, (T(x, y) \wedge ((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z))).$$

   Kalimat nomor 4 juga dapat ditulis ulang menjadi "untuk setiap manusia x terdapat manusia y yang memenuhi $T(x, y)$, dan untuk setiap manusia z yang memenuhi $T(x, z)$, maka haruslah $y = z$. Hal ini ditulis dalam logika predikat sebagai

4. Kalimat nomor 4 dapat ditulis ulang menjadi: "untuk setiap manusia x, terdapat manusia y, yang memenuhi $T(x, y)$, dan setiap manusia z yang tidak sama dengan y bukan teman akrab dari x".
Dalam formula logika predikat hal ini ditulis sebagai

$$\forall x \exists y \left(T(x, y) \wedge \forall z \left((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\forall x \exists y \forall z \left(T(x, y) \wedge \left((z \neq y) \rightarrow \neg T(x, z)\right)\right).$$

Kalimat nomor 4 juga dapat ditulis ulang menjadi "untuk setiap manusia x terdapat manusia y yang memenuhi $T(x, y)$, dan untuk setiap manusia z yang memenuhi $T(x, z)$, maka haruslah $y = z$. Hal ini ditulis dalam logika predikat sebagai

$$\forall x \left(\exists y \left(T(x, y) \wedge \forall z \left(T(x, z) \rightarrow y = z\right)\right)\right), \text{ atau}$$
$$\forall x \exists y \left(T(x, y) \wedge \forall z \left(T(x, z) \rightarrow y = z\right)\right), \text{ atau}$$
$$\forall x \exists y \forall z \left(T(x, y) \wedge \left(T(x, z) \rightarrow y = z\right)\right).$$

Bahasan

Latihan

Misalkan $\mathrm{Menyukai}\,(x, y)$ adalah predikat pada domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$ dengan $D_1 = \{x \mid x$ adalah mahasiswa$\}$ dan $D_2 = \{y \mid y$ adalah makanan$\}$. Misalkan $Ammy, Ben, Carl \in D_1$ dan $burger, crepes, pie, pizza \in D_2$. Translasikan setiap kalimat berikut ke dalam formula logika predikat yang sesuai.

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
3. Semua mahasiswa menyukai burger.
4. Carl menyukai semua makanan.
5. Ada orang yang menyukai pie.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan.
7. Ada makanan yang disukai semua orang.
8. Semua orang setidaknya menyukai satu makanan.
9. Setiap orang yang menyukai burger juga menyukai pizza.
10. Ada makanan yang disukai Ammy dan Ben.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \mathrm{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \mathrm{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \mathrm{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \text{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \text{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \mathrm{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \mathrm{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \mathrm{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \mathrm{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \mathrm{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \text{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \text{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \text{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan. $\exists x \forall y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
7. Ada makanan yang disukai semua orang.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \mathrm{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\mathrm{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \mathrm{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \mathrm{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \mathrm{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \mathrm{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan. $\exists x \forall y \mathrm{Menyukai}\,(x, y)$.
7. Ada makanan yang disukai semua orang. $\exists y \forall x \mathrm{Menyukai}\,(x, y)$.
8. Semua orang setidaknya menyukai satu makanan.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \text{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \text{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \text{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan. $\exists x \forall y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
7. Ada makanan yang disukai semua orang. $\exists y \forall x \text{Menyukai}\,(x, y)$.
8. Semua orang setidaknya menyukai satu makanan. $\forall x \exists y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
9. Setiap orang yang menyukai burger juga menyukai pizza.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \text{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \text{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \text{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan. $\exists x \forall y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
7. Ada makanan yang disukai semua orang. $\exists y \forall x \text{Menyukai}\,(x, y)$.
8. Semua orang setidaknya menyukai satu makanan. $\forall x \exists y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
9. Setiap orang yang menyukai burger juga menyukai pizza.
   $\forall x\,(\text{Menyukai}\,(x, burger) \rightarrow \text{Menyukai}\,(x, pizza))$.
10. Ada makanan yang disukai Ammy dan Ben.

Solusi:

1. Ammy dan Ben menyukai burger.
   $\text{Menyukai}\,(Ammy, burger) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, burger)$.
2. Carl menyukai crepes atau pie.
   $\text{Menyukai}\,(Carl, crepes) \vee \text{Menyukai}\,(Carl, pie)$.
3. Semua mahasiswa menyukai burger. $\forall x \text{Menyukai}\,(x, burger)$.
4. Carl menyukai semua makanan. $\forall y \text{Menyukai}\,(Carl, y)$.
5. Ada orang yang menyukai pie. $\exists x \text{Menyukai}\,(x, pie)$.
6. Ada orang yang menyukai semua makanan. $\exists x \forall y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
7. Ada makanan yang disukai semua orang. $\exists y \forall x \text{Menyukai}\,(x, y)$.
8. Semua orang setidaknya menyukai satu makanan. $\forall x \exists y \text{Menyukai}\,(x, y)$.
9. Setiap orang yang menyukai burger juga menyukai pizza.
   $\forall x\,(\text{Menyukai}\,(x, burger) \rightarrow \text{Menyukai}\,(x, pizza))$.
10. Ada makanan yang disukai Ammy dan Ben.
    $\exists y\,(\text{Menyukai}\,(Ammy, y) \wedge \text{Menyukai}\,(Ben, y))$.

Bahasan

Negasi Kalimat dengan Kuantor

Latihan

Negasi dari kalimat: "ada mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika yang tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun" adalah

a. Ada mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika yang setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun.
b. Setiap mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika berada di depan komputer setiap hari dalam satu tahun.
c. Beberapa mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun.
d. Setiap mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun.
e. Tidak ada jawaban yang tepat di antara pilihan a, b, c, dan d.

Negasi Kalimat dengan Kuantor

Latihan

Negasi dari kalimat: “ada mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika yang tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun” adalah

b. Setiap mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika berada di depan komputer setiap hari dalam satu tahun.

Solusi Latihan

1. Definisikan $D_1 := \{x \mid x \text{ mahasiswa Tel-U}\}$, $D_2 := \{y \mid y \text{ hari dalam setahun}\}$.

Solusi Latihan

1. Definisikan $D_1 := \{x \mid x \text{ mahasiswa Tel-U}\}$,
   $D_2 := \{y \mid y \text{ hari dalam setahun}\}$.
2. Definisikan $\texttt{Informatika}\,(x) :=$ "x mahasiswa Teknik Informatika Tel-U", `Informatika` adalah predikat dengan domain D_1.

Solusi Latihan

1. Definisikan $D_1 := \{x \mid x \text{ mahasiswa Tel-U}\}$, $D_2 := \{y \mid y \text{ hari dalam setahun}\}$.
2. Definisikan $\texttt{Informatika}(x) :=$ "x mahasiswa Teknik Informatika Tel-U", $\texttt{Informatika}$ adalah predikat dengan domain D_1.
3. Definisikan $\texttt{Komputer}(x, y) :=$ "x berada di depan komputer pada hari y", $\texttt{Komputer}$ adalah predikat yang ditinjau pada domain $D_1 \times D_2$.

Kalimat "ada mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika yang tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun" dapat ditulis sebagai

Solusi Latihan

1. Definisikan $D_1 := \{x \mid x \text{ mahasiswa Tel-U}\}$, $D_2 := \{y \mid y \text{ hari dalam setahun}\}$.
2. Definisikan $\texttt{Informatika}\,(x) :=$ "x mahasiswa Teknik Informatika Tel-U", `Informatika` adalah predikat dengan domain D_1.
3. Definisikan $\texttt{Komputer}\,(x, y) :=$ "x berada di depan komputer pada hari y", `Komputer` adalah predikat yang ditinjau pada domain $D_1 \times D_2$.

Kalimat "ada mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika yang tidak setiap hari berada di depan komputer dalam satu tahun" dapat ditulis sebagai

$$\exists x \left(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg \forall y \left(\texttt{Komputer}\,(x, y)\right)\right)$$

Negasi dari formula terakhir adalah

$$\neg\exists x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y)))$$

$$\equiv$$

Negasi dari formula terakhir adalah

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
\equiv\; & \forall x \neg\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \forall\text{]} \\
\equiv\; &
\end{aligned}
$$

Negasi dari formula terakhir adalah

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
\equiv\; & \forall x \neg\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \forall] \\
\equiv\; & \forall x\,(\neg\texttt{Informatika}\,(x) \vee \neg\neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \wedge] \\
\equiv\; &
\end{aligned}
$$

Negasi dari formula terakhir adalah

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
\equiv\ & \forall x \neg\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& [\text{hukum De Morgan untuk } \forall] \\
\equiv\ & \forall x\,(\neg\texttt{Informatika}\,(x) \vee \neg\neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& [\text{hukum De Morgan untuk } \wedge] \\
\equiv\ & \forall x\,(\neg\texttt{Informatika}\,(x) \vee \forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y)))\ \ [\text{sifat negasi ganda}] \\
\equiv\ &
\end{aligned}
$$

Negasi dari formula terakhir adalah

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x \left(\texttt{Informatika}\left(x\right) \wedge \neg\forall y \left(\texttt{Komputer}\left(x,y\right)\right)\right) \\
\equiv\; & \forall x \neg \left(\texttt{Informatika}\left(x\right) \wedge \neg\forall y \left(\texttt{Komputer}\left(x,y\right)\right)\right) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \forall\text{]} \\
\equiv\; & \forall x \left(\neg\texttt{Informatika}\left(x\right) \vee \neg\neg\forall y \left(\texttt{Komputer}\left(x,y\right)\right)\right) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \wedge\text{]} \\
\equiv\; & \forall x \left(\neg\texttt{Informatika}\left(x\right) \vee \forall y \left(\texttt{Komputer}\left(x,y\right)\right)\right) \;\; \text{[sifat negasi ganda]} \\
\equiv\; & \forall x \left(\texttt{Informatika}\left(x\right) \to \forall y \left(\texttt{Komputer}\left(x,y\right)\right)\right) \;\; \text{[sifat } \neg A \vee B \equiv A \to B\text{]}.
\end{aligned}
$$

Formula terakhir dapat ditranslasikan menjadi:

Negasi dari formula terakhir adalah

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
\equiv\; & \forall x \neg\,(\texttt{Informatika}\,(x) \wedge \neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \forall] \\
\equiv\; & \forall x\,(\neg\texttt{Informatika}\,(x) \vee \neg\neg\forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y))) \\
& \text{[hukum De Morgan untuk } \wedge] \\
\equiv\; & \forall x\,(\neg\texttt{Informatika}\,(x) \vee \forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y)))\ \text{[sifat negasi ganda]} \\
\equiv\; & \forall x\,(\texttt{Informatika}\,(x) \to \forall y\,(\texttt{Komputer}\,(x,y)))\ [\text{sifat } \neg A \vee B \equiv A \to B].
\end{aligned}
$$

Formula terakhir dapat ditranslasikan menjadi:

"untuk setiap mahasiswa Tel-U, jika mahasiswa tersebut berkuliah di Teknik Informatika, maka dia berada di depan komputer setiap hari dalam setahun", atau

"setiap mahasiswa Tel-U yang berkuliah di Teknik Informatika berada di depan komputer setiap hari dalam setahun".

Bahasan

Aturan Inferensi untuk Formula Berkuantor

Logika predikat orde-pertama adalah perluasan dari logika proposisi, akibatnya semua aturan inferensi untuk logika proposisi juga berlaku pada logika predikat orde-pertama. Selain aturan inferensi yang telah dijelaskan pada pembahasan logika proposisi, aturan inferensi untuk logika predikat orde pertama juga dilengkapi dengan aturan inferensi untuk formula berkuantor yang terdiri atas:

Aturan Inferensi untuk Formula Berkuantor

Logika predikat orde-pertama adalah perluasan dari logika proposisi, akibatnya semua aturan inferensi untuk logika proposisi juga berlaku pada logika predikat orde-pertama. Selain aturan inferensi yang telah dijelaskan pada pembahasan logika proposisi, aturan inferensi untuk logika predikat orde pertama juga dilengkapi dengan aturan inferensi untuk formula berkuantor yang terdiri atas:

- instansiasi universal
- generalisasi universal
- instansiasi eksistensial
- generalisasi eksistensial
- modus ponens universal
- modus tollens universal

Instansiasi Universal

Instansiasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\frac{\forall x \; P(x)}{\therefore P(c)}$$

Perhatikan bahwa $\forall x P(x) \rightarrow P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\forall x P(x) \Rightarrow P(c)$.

Instansiasi Universal

Instansiasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\frac{\forall x \; P(x)}{\therefore P(c)}$$

Perhatikan bahwa $\forall x P(x) \rightarrow P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\forall x P(x) \Rightarrow P(c)$.

Contoh: misalkan Albert adalah mahasiswa Teknik Informatika Tel-U,

Setiap mahasiswa Teknik Informatika Tel-U mengambil kuliah Logika Matematika

---

$\therefore$ Albert mengambil kuliah Logika Matematika

Generalisasi Universal

Generalisasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah sembarang elemen di D.

$$\begin{array}{l} P(c) \text{ untuk sembarang } c \in D \\ \hline \therefore \forall x\ P(x) \end{array}$$

Generalisasi Universal

Generalisasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah sembarang elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk sembarang } c \in D}{\therefore \forall x \; P(x)}$$

- Generalisasi universal digunakan ketika kita akan menunjukkan bahwa $\forall x \; P(x)$ bernilai **benar** dengan mengambil sembarang tetapi tidak tertentu elemen c dari domainnya, dilanjutkan dengan menunjukkan bahwa $P(c)$ bernilai **benar**.

Generalisasi Universal

Generalisasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah sembarang elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk sembarang } c \in D}{\therefore \forall x\ P(x)}$$

- Generalisasi universal digunakan ketika kita akan menunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ bernilai **benar** dengan mengambil sembarang tetapi tidak tertentu elemen c dari domainnya, dilanjutkan dengan menunjukkan bahwa $P(c)$ bernilai **benar**.
- Sembarang artinya tidak ada kontrol atas c dan tidak boleh ada asumsi apapun untuk c selain bahwa c berasal dari domainnya.

Generalisasi Universal

Generalisasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah sembarang elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk sembarang } c \in D}{\therefore \forall x\ P(x)}$$

- Generalisasi universal digunakan ketika kita akan menunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ bernilai **benar** dengan mengambil sembarang tetapi tidak tertentu elemen c dari domainnya, dilanjutkan dengan menunjukkan bahwa $P(c)$ bernilai **benar**.
- Sembarang artinya tidak ada kontrol atas c dan tidak boleh ada asumsi apapun untuk c selain bahwa c berasal dari domainnya.
- Aturan ini sering dipakai secara implisit dalam pembuktian matematis.

Generalisasi Universal

Generalisasi Universal

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah sembarang elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk sembarang } c \in D}{\therefore \forall x\, P(x)}$$

- Generalisasi universal digunakan ketika kita akan menunjukkan bahwa $\forall x\, P(x)$ bernilai **benar** dengan mengambil sembarang tetapi tidak tertentu elemen c dari domainnya, dilanjutkan dengan menunjukkan bahwa $P(c)$ bernilai **benar**.
- Sembarang artinya tidak ada kontrol atas c dan tidak boleh ada asumsi apapun untuk c selain bahwa c berasal dari domainnya.
- Aturan ini sering dipakai secara implisit dalam pembuktian matematis.
- Aturan ini juga sering digunakan secara keliru dengan membuat asumsi yang tidak tepat mengenai elemen c.

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c.

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$,

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk <u>sembarang bilangan bulat tak nol</u> c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan $c^2 \geq c \geq 1$, atau $c^2 \geq 1$;

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan $c^2 \geq c \geq 1$, atau $c^2 \geq 1$;
2. apabila $c \leq -1$,

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan $c^2 \geq c \geq 1$, atau $c^2 \geq 1$;
2. apabila $c \leq -1$, maka $1 \leq -c$, dengan mengalikan kedua ruas dengan $-c$ memberikan

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan $c^2 \geq c \geq 1$, atau $c^2 \geq 1$;
2. apabila $c \leq -1$, maka $1 \leq -c$, dengan mengalikan kedua ruas dengan $-c$ memberikan $1 \leq -c \leq (-c)^2 = c^2$, atau $c^2 \geq 1$.

Contoh Generalisasi Universal

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat tak nol dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq 1$". Akan ditunjukkan bahwa $\forall x\ P(x)$ benar dengan membuktikan bahwa $P(c)$ benar untuk sembarang bilangan bulat tak nol c. Tinjau bahwa jika c adalah bilangan bulat tak nol:

1. apabila $c \geq 1$, maka mengalikan kedua ruas dengan c memberikan $c^2 \geq c \geq 1$, atau $c^2 \geq 1$;
2. apabila $c \leq -1$, maka $1 \leq -c$, dengan mengalikan kedua ruas dengan $-c$ memberikan $1 \leq -c \leq (-c)^2 = c^2$, atau $c^2 \geq 1$.

Akibatnya untuk sembarang bilangan bulat tak nol c berlaku "$c^2 \geq 1$". Jadi dapat disimpulkan $\forall x\ \left(x^2 \geq 1\right)$.

Instansiasi Eksistensial

Instansiasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\begin{array}{l} \exists x \; P(x) \\ \hline \therefore P(c), \text{ untuk suatu } c \in D \end{array}$$

Instansiasi Eksistensial

Instansiasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\begin{array}{l} \exists x \; P(x) \\ \hline \therefore P(c), \text{ untuk suatu } c \in D \end{array}$$

- Perhatikan bahwa $\exists x P(x) \to P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\exists x P(x) \Rightarrow P(c)$.

Instansiasi Eksistensial

Instansiasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\frac{\exists x \; P(x)}{\therefore P(c), \text{ untuk suatu } c \in D}$$

- Perhatikan bahwa $\exists x P(x) \rightarrow P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\exists x P(x) \Rightarrow P(c)$.
- Aturan ini menyatakan bahwa jika $\exists x \; P(x)$ bernilai **benar**, maka terdapat suatu elemen $c \in D$ yang mengakibatkan $P(c)$ bernilai **benar**.

Instansiasi Eksistensial

Instansiasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\frac{\exists x \; P(x)}{\therefore P(c), \text{ untuk suatu } c \in D}$$

- Perhatikan bahwa $\exists x P(x) \rightarrow P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\exists x P(x) \Rightarrow P(c)$.
- Aturan ini menyatakan bahwa jika $\exists x \; P(x)$ bernilai **benar**, maka terdapat suatu elemen $c \in D$ yang mengakibatkan $P(c)$ bernilai **benar**.
- Dalam hal ini, c bukan sembarang, tetapi harus merupakan suatu nilai c tertentu yang membuat $P(c)$ bernilai **benar**.

Instansiasi Eksistensial

Instansiasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan $c \in D$.

$$\begin{array}{l} \exists x \; P(x) \\ \hline \therefore P(c), \text{ untuk suatu } c \in D \end{array}$$

- Perhatikan bahwa $\exists x P(x) \rightarrow P(c)$ adalah suatu tautologi, sehingga berlaku $\exists x P(x) \Rightarrow P(c)$.
- Aturan ini menyatakan bahwa jika $\exists x \; P(x)$ bernilai **benar**, maka terdapat suatu elemen $c \in D$ yang mengakibatkan $P(c)$ bernilai **benar**.
- Dalam hal ini, c bukan sembarang, tetapi harus merupakan suatu nilai c tertentu yang membuat $P(c)$ bernilai **benar**.
- Biasanya dalam fakta-fakta matematis kita tidak memiliki informasi apapun mengenai c selain bahwa c ada.

Contoh Instansiasi Eksistensial

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 = 3x$".

Contoh Instansiasi Eksistensial

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 = 3x$".
Tinjau bahwa

$$\frac{\exists x \ \left(x^2 = 3x\right)}{\therefore 0^2 = 3 \cdot 0}$$

Dalam hal ini nilai c yang diambil (dan memenuhi) adalah 0.

Contoh Instansiasi Eksistensial

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 = 3x$".
Tinjau bahwa

$$\frac{\exists x \;\; (x^2 = 3x)}{\therefore 0^2 = 3 \cdot 0}$$

Dalam hal ini nilai c yang diambil (dan memenuhi) adalah 0.

Tinjau pula bahwa

$$\frac{\exists x \;\; (x^2 = 3x)}{\therefore 3^2 = 3 \cdot 3}$$

Dalam hal ini nilai c yang diambil (dan memenuhi) adalah 3.

Contoh Instansiasi Eksistensial

Misalkan domain untuk x adalah himpunan seluruh bilangan bulat dan $P(x)$ menyatakan "$x^2 = 3x$".
Tinjau bahwa

$$\frac{\exists x \ \left(x^2 = 3x\right)}{\therefore 0^2 = 3 \cdot 0}$$

Dalam hal ini nilai c yang diambil (dan memenuhi) adalah 0.

Tinjau pula bahwa

$$\frac{\exists x \ \left(x^2 = 3x\right)}{\therefore 3^2 = 3 \cdot 3}$$

Dalam hal ini nilai c yang diambil (dan memenuhi) adalah 3.
Lebih lanjut, kita dapat membuktikan bahwa tidak ada nilai c selain 0 atau 3 yang dapat memenuhi $P(c)$.

Generalisasi Eksistensial

Generalisasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah suatu elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk suatu } c \in D}{\therefore \exists x\ P(x)}$$

Generalisasi Eksistensial

Generalisasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah suatu elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk suatu } c \in D}{\therefore \exists x\ P(x)}$$

- Perhatikan bahwa $P(c) \rightarrow \exists x P(x)$ adalah suatu tautologi, sehigga berlaku $P(c) \Rightarrow \exists x P(x)$.

Generalisasi Eksistensial

Generalisasi Eksistensial

Misalkan P adalah suatu predikat uner yang ditinjau pada domain D dan c adalah suatu elemen di D.

$$\frac{P(c) \text{ untuk suatu } c \in D}{\therefore \exists x\ P(x)}$$

- Perhatikan bahwa $P(c) \to \exists x P(x)$ adalah suatu tautologi, sehigga berlaku $P(c) \Rightarrow \exists x P(x)$.
- Aturan ini mengatakan bahwa jika ada suatu elemen tertentu c pada domain D yang membuat $P(c)$ **benar**, maka $\exists x\ P(x)$ juga bernilai **benar**.

- Contoh: misalkan domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat dan $P(x)$ adalah predikat yang menyatakan bahwa "$x^2 = 121$".

- Contoh: misalkan domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat dan $P(x)$ adalah predikat yang menyatakan bahwa "$x^2 = 121$".
- Kita memiliki

$$\frac{\left(11^2 = 121\right)}{\therefore \exists x \ \left(x^2 = 121\right)}$$

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

1. Definisikan domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$, predikat $\texttt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", dan predikat $\texttt{DAP}(x) :=$ "x mengambil kuliah DAP".

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

1. Definisikan domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$, predikat $\mathtt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", dan predikat $\mathtt{DAP}(x) :=$ "x mengambil kuliah DAP".
2. Melalui translasi ke formula logika predikat, kita memiliki premis-premis berikut

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

1. Definisikan domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$, predikat $\mathtt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", dan predikat $\mathtt{DAP}(x) :=$ "x mengambil kuliah DAP".
2. Melalui translasi ke formula logika predikat, kita memiliki premis-premis berikut

$$\forall x\, (\mathtt{LM}(x) \to \mathtt{DAP}(x))$$

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

1. Definisikan domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$, predikat $\texttt{LM}(x) :=$"x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", dan predikat $\texttt{DAP}(x) :=$"x mengambil kuliah DAP".
2. Melalui translasi ke formula logika predikat, kita memiliki premis-premis berikut

$$\forall x\,(\texttt{LM}(x) \to \texttt{DAP}(x))$$
$$\texttt{LM}(\text{Andre})$$

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (1)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini juga mengambil kuliah DAP", "Andre mahasiswa Logika Matematika di kelas ini", "Benny tidak mengambil kuliah DAP".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Andre mengambil kuliah DAP dan Benny tidak mengambil kuliah Logika Matematika di kelas ini".

Solusi:

1. Definisikan domain $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$, predikat $\texttt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", dan predikat $\texttt{DAP}(x) :=$ "x mengambil kuliah DAP".
2. Melalui translasi ke formula logika predikat, kita memiliki premis-premis berikut

$$\forall x\,(\texttt{LM}(x) \to \texttt{DAP}(x))$$
$$\texttt{LM}(\text{Andre})$$
$$\neg\texttt{DAP}(\text{Benny})$$

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\mathtt{DAP}\,(\text{Andre}) \wedge \neg\mathtt{LM}\,(\text{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\mathtt{LM}\,(\text{Andre})$ (premis)
3. $\neg\mathtt{DAP}\,(\text{Benny})$ (premis)

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\mathtt{DAP}\,(\text{Andre}) \wedge \neg\mathtt{LM}\,(\text{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\mathtt{LM}\,(\text{Andre})$ (premis)
3. $\neg\mathtt{DAP}\,(\text{Benny})$ (premis)
4. $\mathtt{LM}\,(\text{Andre}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\text{Andre})$ (instansiasi universal dari 1)

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\texttt{DAP}\,(\text{Andre}) \wedge \neg\texttt{LM}\,(\text{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\texttt{LM}\,(\text{Andre})$ (premis)
3. $\neg\texttt{DAP}\,(\text{Benny})$ (premis)
4. $\texttt{LM}\,(\text{Andre}) \rightarrow \texttt{DAP}\,(\text{Andre})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{DAP}\,(\text{Andre})$ (modus ponens dari 4 dan 2)

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre}) \wedge \neg \mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre})$ (premis)
3. $\neg\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (premis)
4. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (modus ponens dari 4 dan 2)
6. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (instansiasi universal dari 1)

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre}) \wedge \neg\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre})$ (premis)
3. $\neg\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (premis)
4. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (modus ponens dari 4 dan 2)
6. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (instansiasi universal dari 1)
7. $\neg\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$ (modus tollens dari 6 dan 3)

3. Akan diperiksa apakah dengan premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkkan $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre}) \wedge \neg\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(x))$ (premis)
2. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre})$ (premis)
3. $\neg\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (premis)
4. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Andre}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre})$ (modus ponens dari 4 dan 2)
6. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny}) \rightarrow \mathtt{DAP}\,(\mathrm{Benny})$ (instansiasi universal dari 1)
7. $\neg\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$ (modus tollens dari 6 dan 3)
8. $\mathtt{DAP}\,(\mathrm{Andre}) \wedge \neg\mathtt{LM}\,(\mathrm{Benny})$ (konjungsi dari 5 dan 7)

Modus Ponens Universal dan Modus Tollens Universal

Misalkan P dan Q adalah dua predikat uner yang kebenarannya dievaluasi pada domain D dan $a \in D$.

Modus Ponens Universal

$\forall x \ (P(x) \to Q(x))$

$P(a)$, untuk suatu elemen tertentu $a \in D$

$\therefore$

Modus Ponens Universal dan Modus Tollens Universal

Misalkan P dan Q adalah dua predikat uner yang kebenarannya dievaluasi pada domain D dan $a \in D$.

Modus Ponens Universal

$$\begin{array}{l} \forall x \; (P(x) \to Q(x)) \\ P(a), \text{ untuk suatu elemen tertentu } a \in D \\ \hline \therefore Q(a) \end{array}$$

Modus Tollens Universal

$$\begin{array}{l} \forall x \; (P(x) \to Q(x)) \\ \neg Q(a), \text{ untuk suatu elemen tertentu } a \in D \\ \hline \therefore \end{array}$$

Modus Ponens Universal dan Modus Tollens Universal

Misalkan P dan Q adalah dua predikat uner yang kebenarannya dievaluasi pada domain D dan $a \in D$.

Modus Ponens Universal

$$\begin{array}{l} \forall x \;\; (P(x) \rightarrow Q(x)) \\ P(a), \text{ untuk suatu elemen tertentu } a \in D \\ \hline \therefore Q(a) \end{array}$$

Modus Tollens Universal

$$\begin{array}{l} \forall x \;\; (P(x) \rightarrow Q(x)) \\ \neg Q(a), \text{ untuk suatu elemen tertentu } a \in D \\ \hline \therefore \neg P(a) \end{array}$$

Modus ponens universal merupakan aturan turunan yang dapat diturunkan dari modus ponens dan instansiasi universal. Hal yang serupa juga berlaku untuk modus tollens universal.
Misalkan kita memiliki premis $\forall x \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(x\right)\right)$ dan $P\left(a\right)$ untuk suatu $a \in D$.

Modus Ponens Universal

1. $\forall x \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(x\right)\right)$ (premis)
2. $P\left(a\right)$ (premis)

Modus ponens universal merupakan aturan turunan yang dapat diturunkan dari modus ponens dan instansiasi universal. Hal yang serupa juga berlaku untuk modus tollens universal.
Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P\,(x) \rightarrow Q\,(x))$ dan $P\,(a)$ untuk suatu $a \in D$.

Modus Ponens Universal

1. $\forall x\,(P\,(x) \rightarrow Q\,(x))$ (premis)
2. $P\,(a)$ (premis)
3. $P\,(a) \rightarrow Q\,(a)$ (instansiasi universal dari 1)

Modus ponens universal merupakan aturan turunan yang dapat diturunkan dari modus ponens dan instansiasi universal. Hal yang serupa juga berlaku untuk modus tollens universal.

Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ dan $P(a)$ untuk suatu $a \in D$.

Modus Ponens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ (premis)
2. $P(a)$ (premis)
3. $P(a) \to Q(a)$ (instansiasi universal dari 1)
4. $Q(a)$ (modus ponens dari 3 dan 1).

Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ dan $\neg Q(b)$ untuk suatu $b \in D$.

Modus Tollens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ (premis)
2. $\neg Q(b)$ (premis)

Modus ponens universal merupakan aturan turunan yang dapat diturunkan dari modus ponens dan instansiasi universal. Hal yang serupa juga berlaku untuk modus tollens universal.
Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ dan $P(a)$ untuk suatu $a \in D$.

Modus Ponens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ (premis)
2. $P(a)$ (premis)
3. $P(a) \to Q(a)$ (instansiasi universal dari 1)
4. $Q(a)$ (modus ponens dari 3 dan 1).

Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ dan $\neg Q(b)$ untuk suatu $b \in D$.

Modus Tollens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ (premis)
2. $\neg Q(b)$ (premis)
3. $P(b) \to Q(b)$ (instansiasi universal dari 1)

Modus ponens universal merupakan aturan turunan yang dapat diturunkan dari modus ponens dan instansiasi universal. Hal yang serupa juga berlaku untuk modus tollens universal.

Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$ dan $P(a)$ untuk suatu $a \in D$.

Modus Ponens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$ (premis)
2. $P(a)$ (premis)
3. $P(a) \rightarrow Q(a)$ (instansiasi universal dari 1)
4. $Q(a)$ (modus ponens dari 3 dan 1).

Misalkan kita memiliki premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$ dan $\neg Q(b)$ untuk suatu $b \in D$.

Modus Tollens Universal

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$ (premis)
2. $\neg Q(b)$ (premis)
3. $P(b) \rightarrow Q(b)$ (instansiasi universal dari 1)
4. $\neg P(b)$ (modus tollens dari 3 dan 1).

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".
2. Pernyataan yang menjadi asumsi dapat ditulis sebagai

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".
2. Pernyataan yang menjadi asumsi dapat ditulis sebagai $\forall n \ (P(n) \rightarrow Q(n))$.

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".
2. Pernyataan yang menjadi asumsi dapat ditulis sebagai $\forall n \ (P(n) \to Q(n))$.
3. Perhatikan bahwa $P(100)$ **benar** karena $100 > 4$.

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".
2. Pernyataan yang menjadi asumsi dapat ditulis sebagai $\forall n \ (P(n) \rightarrow Q(n))$.
3. Perhatikan bahwa $P(100)$ **benar** karena $100 > 4$.
4. Dengan aturan inferensi modus ponens universal, kita dapat menyimpulkan $Q(100)$ atau

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (2)

Latihan

Dengan mengasumsikan bahwa pernyataan berikut benar:

"Untuk semua bilangan bulat positif n, jika $n > 4$, maka $n^2 < 2^n$",

tunjukkan bahwa $100^2 < 2^{100}$.

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan seluruh bilangan bulat positif, $P(n) :=$ "$n > 4$", dan $Q(n) :=$ "$n^2 < 2^n$".
2. Pernyataan yang menjadi asumsi dapat ditulis sebagai $\forall n \; (P(n) \rightarrow Q(n))$.
3. Perhatikan bahwa $P(100)$ **benar** karena $100 > 4$.
4. Dengan aturan inferensi modus ponens universal, kita dapat menyimpulkan $Q(100)$ atau $100^2 < 2^{100}$.

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (3)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "beberapa mahasiswa di kelas Logika Matematika ini tidak pernah membaca buku teks", "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini lulus kuliah Logika Matematika".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "ada mahasiswa yang lulus kuliah Logika Matematika ini tanpa pernah membaca buku teks".

Solusi:

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (3)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "beberapa mahasiswa di kelas Logika Matematika ini tidak pernah membaca buku teks", "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini lulus kuliah Logika Matematika".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "ada mahasiswa yang lulus kuliah Logika Matematika ini tanpa pernah membaca buku teks".

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$ dan predikat-predikat yang digunakan adalah $\texttt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", $\texttt{Buku}(x) :=$ "x pernah membaca buku teks", $\texttt{Lulus}(x) :=$ "x lulus kuliah Logika Matematika".

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (3)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "beberapa mahasiswa di kelas Logika Matematika ini tidak pernah membaca buku teks", "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini lulus kuliah Logika Matematika".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "ada mahasiswa yang lulus kuliah Logika Matematika ini tanpa pernah membaca buku teks".

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$ dan predikat-predikat yang digunakan adalah $\texttt{LM}(x) :=$ "x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", $\texttt{Buku}(x) :=$ "x pernah membaca buku teks", $\texttt{Lulus}(x) :=$ "x lulus kuliah Logika Matematika".
2. Akibatnya dari pernyataan-pernyataan yang ada pada soal diperoleh premis-premis berikut

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (3)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "beberapa mahasiswa di kelas Logika Matematika ini tidak pernah membaca buku teks", "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini lulus kuliah Logika Matematika".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "ada mahasiswa yang lulus kuliah Logika Matematika ini tanpa pernah membaca buku teks".

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$ dan predikat-predikat yang digunakan adalah $\texttt{LM}\,(x) :=$"x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", $\texttt{Buku}\,(x) :=$ "x pernah membaca buku teks", $\texttt{Lulus}\,(x) :=$"x lulus kuliah Logika Matematika".
2. Akibatnya dari pernyataan-pernyataan yang ada pada soal diperoleh premis-premis berikut

$$\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$$

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (3)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "beberapa mahasiswa di kelas Logika Matematika ini tidak pernah membaca buku teks", "setiap mahasiswa di kelas Logika Matematika ini lulus kuliah Logika Matematika".
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "ada mahasiswa yang lulus kuliah Logika Matematika ini tanpa pernah membaca buku teks".

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah $D := \{x \mid x \text{ mahasiswa}\}$ dan predikat-predikat yang digunakan adalah $\mathtt{LM}(x) :=$"x mahasiswa di kelas Logika Matematika ini", $\mathtt{Buku}(x) :=$ "x pernah membaca buku teks", $\mathtt{Lulus}(x) :=$"x lulus kuliah Logika Matematika".
2. Akibatnya dari pernyataan-pernyataan yang ada pada soal diperoleh premis-premis berikut

$$\exists x\,(\mathtt{LM}(x) \land \neg\mathtt{Buku}(x))$$
$$\forall x\,(\mathtt{LM}(x) \to \mathtt{Lulus}(x))$$

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
5. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (untuk c yang sama dengan yang terdapat pada 3 dan 4, diperoleh dari instansiasi universal pada 2)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
5. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (untuk c yang sama dengan yang terdapat pada 3 dan 4, diperoleh dari instansiasi universal pada 2)
6. $\texttt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (modus ponens dari 5 dan 4)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\texttt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\texttt{LM}\,(x) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{LM}\,(x) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
5. $\texttt{LM}\,(\mathrm{c}) \rightarrow \texttt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (untuk c yang sama dengan yang terdapat pada 3 dan 4, diperoleh dari instansiasi universal pada 2)
6. $\texttt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (modus ponens dari 5 dan 4)
7. $\neg\texttt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\mathtt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\mathtt{LM}\,(x) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \to \mathtt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
5. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c}) \to \mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (untuk c yang sama dengan yang terdapat pada 3 dan 4, diperoleh dari instansiasi universal pada 2)
6. $\mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (modus ponens dari 5 dan 4)
7. $\neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
8. $\mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (konjungsi dari 6 dan 7)

3. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\mathtt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(x))$.

Langkah-langkah inferensi:

1. $\exists x\,(\mathtt{LM}\,(x) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{LM}\,(x) \rightarrow \mathtt{Lulus}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (untuk suatu $\mathrm{c} \in D$, diperoleh dari instansiasi eksistensial pada 1)
4. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
5. $\mathtt{LM}\,(\mathrm{c}) \rightarrow \mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (untuk c yang sama dengan yang terdapat pada 3 dan 4, diperoleh dari instansiasi universal pada 2)
6. $\mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c})$ (modus ponens dari 5 dan 4)
7. $\neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (simplifikasi dari 3)
8. $\mathtt{Lulus}\,(\mathrm{c}) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(\mathrm{c})$ (konjungsi dari 6 dan 7)
9. $\exists x\,(\mathtt{Lulus}\,(x) \wedge \neg\mathtt{Buku}\,(x))$ (generalisasi eksistensial dari 8)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \to (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)
6. $Q(c) \wedge S(c)$ (modus ponens dari 3 dan 5)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \to (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)
6. $Q(c) \wedge S(c)$ (modus ponens dari 3 dan 5)
7. $S(c)$ (simplifikasi dari 6)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)
6. $Q(c) \wedge S(c)$ (modus ponens dari 3 dan 5)
7. $S(c)$ (simplifikasi dari 6)
8. $R(c)$ (simplifikasi dari 4)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)
6. $Q(c) \wedge S(c)$ (modus ponens dari 3 dan 5)
7. $S(c)$ (simplifikasi dari 6)
8. $R(c)$ (simplifikasi dari 4)
9. $R(c) \wedge S(c)$ (konjungsi dari 7 dan 8)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (4)

Latihan

Periksa apakah dari premis-premis $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ dan $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$, dapat disimpulkan $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$.

Solusi:

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ (premis)
2. $\forall x\,(P(x) \wedge R(x))$ (premis)
3. $P(c) \rightarrow (Q(c) \wedge S(c))$ (instansiasi universal dari 1 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
4. $P(c) \wedge R(c)$ (instansiasi universal dari 2 dengan c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)
5. $P(c)$ (simplifikasi dari 4)
6. $Q(c) \wedge S(c)$ (modus ponens dari 3 dan 5)
7. $S(c)$ (simplifikasi dari 6)
8. $R(c)$ (simplifikasi dari 4)
9. $R(c) \wedge S(c)$ (konjungsi dari 7 dan 8)
10. $\forall x\,(R(x) \wedge S(x))$ (generalisasi universal dari 9, karena c adalah sembarang elemen pada domain yang ditinjau)

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (5 – Suplemen)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "semua asisten kuliah Logika Matematika adalah mahasiswa teknik informatika tingkat tiga atau tingkat akhir", "semua mahasiswa teknik informatika tingkat akhir sudah lulus kuliah AI dan DAA", "Raymond adalah asisten kuliah Logika Matematika yang sudah lulus kuliah AI namun belum lulus kuliah DAA
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa "ada asisten kuliah Logika Matematika yang merupakan mahasiswa tingkat tiga".

Solusi:

Latihan Inferensi Formula Berkuantor (5 – Suplemen)

Latihan

Diberikan pernyataan-pernyataan: "semua asisten kuliah Logika Matematika adalah mahasiswa teknik informatika tingkat tiga atau tingkat akhir", "semua mahasiswa teknik informatika tingkat akhir sudah lulus kuliah AI dan DAA", "Raymond adalah asisten kuliah Logika Matematika yang sudah lulus kuliah AI namun belum lulus kuliah DAA
Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa "ada asisten kuliah Logika Matematika yang merupakan mahasiswa tingkat tiga".

Solusi:

1. Misalkan semesta pembicaraan adalah $D := \{x \mid x$ mahasiswa teknik informatika$\}$ dan predikat-predikat yang digunakan adalah $\texttt{Asisten}(x) :=$ "x adalah asisten kuliah Logika Matematika", $\texttt{Tiga}(x) :=$ "x adalah mahasiswa tingkat tiga", $\texttt{Akhir}(x) :=$ "x adalah mahasiswa tingkat akhir, $\texttt{AI}(x) :=$ "x sudah lulus kuliah AI", dan $\texttt{DAA}(x) :=$ "x sudah lulus kuliah DAA".

3. Dari pernyataan-pernyataan pada soal diperoleh premis

3. Dari pernyataan-pernyataan pada soal diperoleh premis

$$\forall x \left(\texttt{Asisten}\left(x\right) \rightarrow \texttt{Tiga}\left(x\right) \vee \texttt{Akhir}\left(x\right)\right)$$

3. Dari pernyataan-pernyataan pada soal diperoleh premis

$$\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$$
$$\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$$

3. Dari pernyataan-pernyataan pada soal diperoleh premis

$$\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$$
$$\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$$
$$\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$$

4. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa

3. Dari pernyataan-pernyataan pada soal diperoleh premis

$$\forall x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(x) \vee \mathtt{Akhir}\,(x))$$
$$\forall x\,(\mathtt{Akhir}\,(x) \rightarrow \mathtt{AI}\,(x) \wedge \mathtt{DAA}\,(x))$$
$$\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$$

4. Akan diperiksa apakah dari premis-premis yang telah dijelaskan dapat disimpulkan bahwa $\exists x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \wedge \mathtt{Tiga}\,(x))$.

1. $\forall x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(x) \vee \mathtt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{Akhir}\,(x) \rightarrow \mathtt{AI}\,(x) \wedge \mathtt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)

1. $\forall x \left(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x) \right)$ (premis)
2. $\forall x \left(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x) \right)$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)

1. $\forall x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(x) \vee \mathtt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{Akhir}\,(x) \rightarrow \mathtt{AI}\,(x) \wedge \mathtt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (premis)
4. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \to \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \to \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \to \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \to \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \vee \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (penambahan dari 9)

1. $\forall x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \to \mathtt{Tiga}\,(x) \vee \mathtt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{Akhir}\,(x) \to \mathtt{AI}\,(x) \wedge \mathtt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\mathtt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \to \mathtt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \to \mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\mathtt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\mathtt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \vee \neg\mathtt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (penambahan dari 9)
11. $\neg\,(\mathtt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \mathtt{DAA}\,(\text{Raymond}))$ (De Morgan dari 10)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \to \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \to \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \to \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \to \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \vee \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (penambahan dari 9)
11. $\neg\,(\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond}))$ (De Morgan dari 10)
12. $\neg\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus tollens dari 5 dan 11)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \vee \neg\texttt{DAA}\,(\text{Raymond})$ (penambahan dari 9)
11. $\neg\,(\texttt{AI}\,(\text{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\text{Raymond}))$ (De Morgan dari 10)
12. $\neg\texttt{Akhir}\,(\text{Raymond})$ (modus tollens dari 5 dan 11)
13. $\texttt{Tiga}\,(\text{Raymond})$ (silogisme disjungtif dari 7 dan 12)

1. $\forall x\,(\texttt{Asisten}\,(x) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(x) \vee \texttt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\texttt{Akhir}\,(x) \rightarrow \texttt{AI}\,(x) \wedge \texttt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\texttt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \texttt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (premis)
4. $\texttt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \texttt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\texttt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \texttt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\texttt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\texttt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \texttt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\texttt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\texttt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \neg\texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (penambahan dari 9)
11. $\neg\,(\texttt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \texttt{DAA}\,(\mathrm{Raymond}))$ (De Morgan dari 10)
12. $\neg\texttt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (modus tollens dari 5 dan 11)
13. $\texttt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond})$ (silogisme disjungtif dari 7 dan 12)
14. $\texttt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \texttt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond})$ (konjungsi dari 6 dan 13)

1. $\forall x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(x) \vee \mathtt{Akhir}\,(x))$ (premis)
2. $\forall x\,(\mathtt{Akhir}\,(x) \rightarrow \mathtt{AI}\,(x) \wedge \mathtt{DAA}\,(x))$ (premis)
3. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (premis)
4. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 1)
5. $\mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond}) \rightarrow \mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (instansiasi universal dari 2)
6. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
7. $\mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (modus ponens dari 4 dan 6)
8. $\mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 3)
9. $\neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (simplifikasi dari 8)
10. $\neg\mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \vee \neg\mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond})$ (penambahan dari 9)
11. $\neg\,(\mathtt{AI}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{DAA}\,(\mathrm{Raymond}))$ (De Morgan dari 10)
12. $\neg\mathtt{Akhir}\,(\mathrm{Raymond})$ (modus tollens dari 5 dan 11)
13. $\mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond})$ (silogisme disjungtif dari 7 dan 12)
14. $\mathtt{Asisten}\,(\mathrm{Raymond}) \wedge \mathtt{Tiga}\,(\mathrm{Raymond})$ (konjungsi dari 6 dan 13)
15. $\exists x\,(\mathtt{Asisten}\,(x) \wedge \mathtt{Tiga}\,(x))$ (generalisasi eksistensial dari 14)