

Logika Predikat 2: Kebenaran Predikat dengan Kuantor Tunggal – Negasi Formula Berkuantor

Kuliah Logika Matematika Semester Ganjil 2023-2024

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

Oktober 2024

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

- 1 *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 1), Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
- 2 *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 3), Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
- 3 *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems* (Bab 2), Edisi 2, 2004, oleh M. Huth dan M. Ryan.
- 4 *Mathematical Logic for Computer Science* (Bab 5, 6), Edisi 2, 2000, oleh M. Ben-Ari.
- 5 Slide kuliah Matematika Diskret 1 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
- 6 Slide kuliah Logika Matematika di Telkom University oleh A. Rakhmatsyah, B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. Slide ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam slide ini, silakan kirim email ke pleasedontspam@telkomuniversity.ac.id.

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}
 \forall x P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\
 &\equiv (0^2 < 10) \wedge (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \\
 &\equiv
 \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}
 \forall x P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\
 &\equiv (0^2 < 10) \wedge (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \\
 &\equiv (0 < 10) \wedge (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \equiv
 \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 < 10$ ". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}
 \forall x P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\
 &\equiv (0^2 < 10) \wedge (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \\
 &\equiv (0 < 10) \wedge (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \equiv \mathbf{T}.
 \end{aligned}$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv\end{aligned}$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \wedge (4^2 < 10) \\ &\equiv\end{aligned}$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \wedge (4^2 < 10) \\ &\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv\end{aligned}$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \wedge (4^2 < 10) \\ &\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv \mathbf{F}.\end{aligned}$$

- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}
 \forall x P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\
 &\equiv (1^2 < 10) \wedge (2^2 < 10) \wedge (3^2 < 10) \wedge (4^2 < 10) \\
 &\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv \mathbf{F}.
 \end{aligned}$$

Dalam hal ini, 4 adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari formula $\forall x (x^2 < 10)$ yang ditinjau pada domain $\{1, 2, 3, 4\}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka
 $\forall x P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv$$

$$(0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv$$

$$(0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} ,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x (x^2 \geq x)$ untuk domain \mathbb{R} .

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x (x^2 \geq x)$ untuk domain \mathbb{R} .
- 3 Bila $x \geq 1$,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x (x^2 \geq x)$ untuk domain \mathbb{R} .
- 3 Bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x (x^2 \geq x)$ untuk domain \mathbb{R} .
- 3 Bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar. Jadi

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 \geq x$ ". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
- 2 himpunan bilangan real \mathbb{R}
- 3 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka

$$\forall x P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv (0^2 \geq 0) \wedge (1^2 \geq 1) \wedge (2^2 \geq 2) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathbf{T}.$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real \mathbb{R} , untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $(\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x (x^2 \geq x)$ untuk domain \mathbb{R} .
- 3 Bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar. Jadi $\forall x P(x) \equiv \forall x (x^2 \geq x) \equiv \mathbf{T}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka
 $\exists x P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka
$$\exists x P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\exists x P(x) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\exists x P(x) \equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv (1^2 > 10) \vee (2^2 > 10) \vee \\ &(3^2 > 10) \vee (4^2 > 10) \equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv (1^2 > 10) \vee (2^2 > 10) \vee \\ &(3^2 > 10) \vee (4^2 > 10) \equiv (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \vee (16 > 10) \equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $x^2 > 10$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
- 2 himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

- 1 Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv (0^2 > 10) \vee (1^2 > 10) \vee \\ &(2^2 > 10) \vee (3^2 > 10) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathbf{F}. \end{aligned}$$
- 2 Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned} \exists x P(x) &\equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv (1^2 > 10) \vee (2^2 > 10) \vee \\ &(3^2 > 10) \vee (4^2 > 10) \equiv (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \vee (16 > 10) \equiv \mathbf{T}. \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} ,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$.
 Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{Z} .

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{Z} .
- 3 Untuk domain bilangan real \mathbb{R} ,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita

$$\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}.$$
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{Z} .
- 3 Untuk domain bilangan real \mathbb{R} , kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita
 $\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}$.
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$.
 Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{Z} .
- 3 Untuk domain bilangan real \mathbb{R} , kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$.
 Akibatnya $\exists x P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan " $\frac{1}{x} \geq x$ ". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

- 1 himpunan bilangan $\{2, 3, 4\}$
- 2 himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3 himpunan bilangan real \mathbb{R}

Solusi:

- 1 Untuk domain $D = \{2, 3, 4\}$, maka kita
 $\exists x P(x) \equiv P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(\frac{1}{2} \geq 2\right) \vee \left(\frac{1}{3} \geq 3\right) \vee \left(\frac{1}{4} \geq 4\right) \equiv \mathbf{F}$.
- 2 Untuk domain bilangan bulat \mathbb{Z} , kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$.
 Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{Z} .
- 3 Untuk domain bilangan real \mathbb{R} , kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$.
 Akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$ untuk domain \mathbb{R} .

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel**
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

	benar ketika...	salah ketika...
$\forall x \forall y P(x, y)$	$P(x, y)$ benar untuk setiap pasangan x, y	$P(x, y)$ salah untuk satu pasangan x, y
$\forall y \forall x P(x, y)$		
$\forall x \exists y P(x, y)$	Untuk setiap x , ada satu y yang membuat $P(x, y)$ benar	Ada satu x sehingga $P(x, y)$ salah untuk setiap y
$\exists x \forall y P(x, y)$	Ada satu x sehingga $P(x, y)$ benar untuk setiap y	Untuk setiap x , ada satu y yang membuat $P(x, y)$ salah
$\exists x \exists y P(x, y)$	$P(x, y)$ benar untuk satu pasangan x, y	$P(x, y)$ salah untuk setiap pasangan x, y
$\exists y \exists x P(x, y)$		

Ingat juga bahwa $\forall x \exists y P(x, y)$ **tidak ekuivalen** dengan $\exists y \forall x P(x, y)$.

Kebenaran Formula $\forall x \exists y P(x, y)$ dan $\exists x \forall y P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y P(x, y) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y P(x, y)$ dan $\exists x \forall y P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y P(x, y) \equiv \forall x (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y P(x, y)$ dan $\exists x \forall y P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y P(x, y) \equiv \forall x (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv (P(a, a) \vee P(a, b)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b))$
- $\exists x \forall y P(x, y) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y P(x, y)$ dan $\exists x \forall y P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y P(x, y) \equiv \forall x (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv (P(a, a) \vee P(a, b)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b))$
- $\exists x \forall y P(x, y) \equiv \exists x (P(x, a) \wedge P(x, b)) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y P(x, y)$ dan $\exists x \forall y P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y P(x, y) \equiv \forall x (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv (P(a, a) \vee P(a, b)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b))$
- $\exists x \forall y P(x, y) \equiv \exists x (P(x, a) \wedge P(x, b)) \equiv (P(a, a) \wedge P(a, b)) \vee (P(b, a) \wedge P(b, b))$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$\forall x \exists y P(x, y) \equiv$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x \exists y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \vee P(a_1, a_2) \vee \dots \vee P(a_1, a_n)) \\ &\quad \wedge (P(a_2, a_1) \vee P(a_2, a_2) \vee \dots \vee P(a_2, a_n)) \\ &\quad \wedge \dots \wedge (P(a_n, a_1) \vee P(a_n, a_2) \vee \dots \vee P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x \exists y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \vee P(a_1, a_2) \vee \dots \vee P(a_1, a_n)) \\ &\quad \wedge (P(a_2, a_1) \vee P(a_2, a_2) \vee \dots \vee P(a_2, a_n)) \\ &\quad \wedge \dots \wedge (P(a_n, a_1) \vee P(a_n, a_2) \vee \dots \vee P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \bigwedge_{i=1}^n \bigvee_{j=1}^n P(a_i, a_j) \end{aligned}$$

dan

$$\exists x \forall y P(x, y) \equiv$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x \exists y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \vee P(a_1, a_2) \vee \dots \vee P(a_1, a_n)) \\ &\quad \wedge (P(a_2, a_1) \vee P(a_2, a_2) \vee \dots \vee P(a_2, a_n)) \\ &\quad \wedge \dots \wedge (P(a_n, a_1) \vee P(a_n, a_2) \vee \dots \vee P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \bigwedge_{i=1}^n \bigvee_{j=1}^n P(a_i, a_j) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \exists x \forall y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \wedge P(a_1, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_1, a_n)) \\ &\quad \vee (P(a_2, a_1) \wedge P(a_2, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_2, a_n)) \\ &\quad \vee \dots \vee (P(a_n, a_1) \wedge P(a_n, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x \exists y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \vee P(a_1, a_2) \vee \dots \vee P(a_1, a_n)) \\ &\quad \wedge (P(a_2, a_1) \vee P(a_2, a_2) \vee \dots \vee P(a_2, a_n)) \\ &\quad \wedge \dots \wedge (P(a_n, a_1) \vee P(a_n, a_2) \vee \dots \vee P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \bigwedge_{i=1}^n \bigvee_{j=1}^n P(a_i, a_j) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \exists x \forall y P(x, y) &\equiv (P(a_1, a_1) \wedge P(a_1, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_1, a_n)) \\ &\quad \vee (P(a_2, a_1) \wedge P(a_2, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_2, a_n)) \\ &\quad \vee \dots \vee (P(a_n, a_1) \wedge P(a_n, a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n, a_n)) \\ &\equiv \bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^n P(a_i, a_j) \end{aligned}$$

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki *Menyukai* (x, y) sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat *Menyukai* (x, y) berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 *Menyukai* $(Alex, pizza)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai suatu makanan” atau “setiap orang memiliki makanan kesukaan”
- 6 $\forall y \exists x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai suatu makanan” atau “setiap orang memiliki makanan kesukaan”
- 6 $\forall y \exists x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “untuk setiap makanan, terdapat orang yang menyukainya” atau “semua makanan disukai seseorang”
- 7 $\exists x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai suatu makanan” atau “setiap orang memiliki makanan kesukaan”
- 6 $\forall y \exists x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “untuk setiap makanan, terdapat orang yang menyukainya” atau “semua makanan disukai seseorang”
- 7 $\exists x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada orang yang menyukai semua makanan”
- 8 $\exists y \forall x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai suatu makanan” atau “setiap orang memiliki makanan kesukaan”
- 6 $\forall y \exists x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “untuk setiap makanan, terdapat orang yang menyukainya” atau “semua makanan disukai seseorang”
- 7 $\exists x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada orang yang menyukai semua makanan”
- 8 $\exists y \forall x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada makanan yang setiap orang menyukainya” atau “ada makanan favorit yang disukai semua orang”
- 9 $\exists x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti:

Ilustrasi Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki $\text{Menyukai}(x, y)$ sebagai predikat biner dengan domain $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \in D_1, y \in D_2\}$, dengan $D_1 = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa}\}$ dan $D_2 = \{y \mid y \text{ adalah makanan}\}$. Predikat $\text{Menyukai}(x, y)$ berarti “(mahasiswa) x menyukai (makanan) y ”. Perhatikan bahwa:

- 1 $\text{Menyukai}(Alex, pizza)$ berarti: “Alex menyukai pizza”
- 2 $\forall x \text{ Menyukai}(x, burger)$ berarti: “semua orang menyukai burger”
- 3 $\exists y \text{ Menyukai}(Benny, y)$ berarti: “Benny menyukai suatu makanan”
- 4 $\forall x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai semua makanan”
- 5 $\forall x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “semua orang menyukai suatu makanan” atau “setiap orang memiliki makanan kesukaan”
- 6 $\forall y \exists x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “untuk setiap makanan, terdapat orang yang menyukainya” atau “semua makanan disukai seseorang”
- 7 $\exists x \forall y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada orang yang menyukai semua makanan”
- 8 $\exists y \forall x \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada makanan yang setiap orang menyukainya” atau “ada makanan favorit yang disukai semua orang”
- 9 $\exists x \exists y \text{ Menyukai}(x, y)$ berarti: “ada orang yang menyukai suatu makanan”.

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

- 1 $\forall x \forall y P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan " $x + y = y + x$ "
- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$.
- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$.

Solusi:

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

- 1 $\forall x \forall y P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan " $x + y = y + x$ "
- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$.
- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$.

Solusi:

- 1 Jika $P(x, y)$ menyatakan " $x + y = y + x$ ", maka $\forall x \forall y P(x, y)$ berarti

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

- 1 $\forall x \forall y P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan " $x + y = y + x$ "
- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$.
- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$.

Solusi:

- 1 Jika $P(x, y)$ menyatakan " $x + y = y + x$ ", maka $\forall x \forall y P(x, y)$ berarti " $x + y = y + x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y ".

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

- 1 $\forall x \forall y P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan " $x + y = y + x$ "
- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$.
- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$.

Solusi:

- 1 Jika $P(x, y)$ menyatakan " $x + y = y + x$ ", maka $\forall x \forall y P(x, y)$ berarti " $x + y = y + x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y ". Berdasarkan sifat komutatif pada penjumlahan bilangan real, diperoleh

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

- 1 $\forall x \forall y P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan " $x + y = y + x$ "
- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$.
- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$.

Solusi:

- 1 Jika $P(x, y)$ menyatakan " $x + y = y + x$ ", maka $\forall x \forall y P(x, y)$ berarti " $x + y = y + x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y ". Berdasarkan sifat komutatif pada penjumlahan bilangan real, diperoleh $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \text{T}$.

2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti

- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”.

- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**.

- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti

- 2 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- 3 $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”.

- ② $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- ③ $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”. Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$).

- ② $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- ③ $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”. Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$1 + y = 2 + y, \text{ sehingga didapatkan}$$

- ② $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- ③ $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”. Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$1 + y = 2 + y, \text{ sehingga didapatkan}$$

$$1 = 2, \text{ suatu kontradiksi.}$$

- ② $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- ③ $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”. Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$\begin{aligned} 1 + y &= 2 + y, \text{ sehingga didapatkan} \\ 1 &= 2, \text{ suatu kontradiksi.} \end{aligned}$$

Jadi tidak ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ untuk sembarang nilai x .

- ② $\forall x \exists y (x + y = 0)$ berarti “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ ”. Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain “untuk setiap bilangan real x , ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$ ” adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y (x + y = 0) \equiv \mathbf{T}$.
- ③ $\exists y \forall x (x + y = 0)$ berarti “terdapat bilangan real y , sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$ ”. Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$\begin{aligned} 1 + y &= 2 + y, \text{ sehingga didapatkan} \\ 1 &= 2, \text{ suatu kontradiksi.} \end{aligned}$$

Jadi tidak ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ untuk sembarang nilai x . Dengan perkataan lain $\exists y \forall x (x + y = 0) \equiv \mathbf{F}$.

❶ $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti

- ④ $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”.

- ④ $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real,

- ④ $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”.

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti “ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$ ”.

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti “ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$ ”. Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua).

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti “ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$ ”. Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

$z = 3$ dan $z = 5$, suatu kontradiksi.

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti “ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$ ”. Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

$$z = 3 \text{ dan } z = 5, \text{ suatu kontradiksi.}$$

Jadi tidak ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ untuk setiap pasang bilangan real x dan y .

- 4 $\forall x \forall y \exists z (x + y = z)$ berarti “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ ”. Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku “untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y , ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$ ”. Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z (x + y = z) \equiv \text{T}$.
- 5 $\exists z \forall x \forall y (x + y = z)$ berarti “ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$ ”. Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

$$z = 3 \text{ dan } z = 5, \text{ suatu kontradiksi.}$$

Jadi tidak ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ untuk setiap pasang bilangan real x dan y . Oleh karena itu $\exists z \forall x \forall y (x + y = z) \equiv \text{F}$.

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)**
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Formula Tertutup

Formula Tertutup

Suatu formula logika predikat dikatakan sebagai **formula tertutup** bila **seluruh variabel** yang terdapat pada formula tersebut adalah **variabel terikat**. Sebagai contoh, bila P adalah predikat biner, x dan y adalah variabel, serta a dan b adalah elemen pada domain yang ditinjau, maka formula $\forall x \exists y P(x, y)$, $\forall x P(x, b)$, dan $P(a, b)$ adalah **formula tertutup**, sedangkan $\forall x P(x, y)$, $P(x, b)$, dan $P(a, y)$ bukan **formula tertutup**.

Interpretasi

Interpretasi dari suatu formula logika predikat adalah pemberian nilai kebenaran terhadap formula tersebut. Berbeda dengan formula pada logika proposisi, **interpretasi formula logika predikat juga ditentukan oleh domain atau semesta pembicaraan yang ditinjau**. **Interpretasi atau nilai kebenaran untuk formula logika predikat hanya terdefinisi untuk formula tertutup saja**.

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $(2)^2 \geq 2$ "
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti semua kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $(2)^2 \geq 2$ "
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $2x \leq 5$ ", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $(2)^2 \geq 2$ "
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $2x \leq 5$ ", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $2x \leq 5$ "
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $(2)^2 \geq 2$ "
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $2x \leq 5$ ", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $2x \leq 5$ "
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $y^2 \geq 2$ ", kemudian $B[x \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D . Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti semua kemunculan variabel x dengan d pada formula A .

Contoh

Misalkan A adalah formula " $2x \leq 5$ " dan B adalah formula " $y^2 \geq 2$ ". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $2(0) \leq 5$ ", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula " $2(2) \leq 5$ "
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $(1)^2 \geq 2$ ", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $(2)^2 \geq 2$ "
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula " $2x \leq 5$ ", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula " $2x \leq 5$ "
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula " $y^2 \geq 2$ ", kemudian $B[x \leftarrow 1]$ adalah formula " $y^2 \geq 2$ "

Notasi Interpretasi

Misalkan D adalah domain yang ditinjau dan A adalah suatu formula logika predikat, notasi $\mathcal{I}_D(A)$ menyatakan interpretasi dari formula A yang ditinjau pada domain D . Selanjutnya $\mathcal{I}_D(A) = \mathbf{T}$ berarti formula A diinterpretasikan benar oleh interpretasi \mathcal{I} yang ditinjau pada domain D , dan $\mathcal{I}_D(A) = \mathbf{F}$ berarti formula A diinterpretasikan salah oleh interpretasi \mathcal{I} yang ditinjau pada domain D .

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan \mathcal{I} adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A . Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan \mathcal{I} adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A . Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \dots, d_n)$ untuk d_i ($1 \leq i \leq n$) pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \dots, d_n)) = \mathbb{T}$ bila d_1, d_2, \dots, d_n berelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P .

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan \mathcal{I} adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A . Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \dots, d_n)$ untuk d_i ($1 \leq i \leq n$) pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \dots, d_n)) = \mathbb{T}$ bila d_1, d_2, \dots, d_n berelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P .
- Jika $A = \mathbb{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbb{T}) = \mathbb{T}$. Kemudian jika $A = \mathbb{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbb{F}) = \mathbb{F}$.

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan \mathcal{I}_D adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A . Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \dots, d_n)$ untuk d_i ($1 \leq i \leq n$) pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \dots, d_n)) = \mathbf{T}$ bila d_1, d_2, \dots, d_n berelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P .
- Jika $A = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbf{T}) = \mathbf{T}$. Kemudian jika $A = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbf{F}) = \mathbf{F}$.
- Jika $A = \forall x B$ untuk suatu formula B , maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\forall x B) = \mathbf{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathbf{T}$ untuk **setiap** d pada domain pembicaraan D .

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan \mathcal{I} adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A . Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \dots, d_n)$ untuk d_i ($1 \leq i \leq n$) pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \dots, d_n)) = \mathbb{T}$ bila d_1, d_2, \dots, d_n berelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P .
- Jika $A = \mathbb{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbb{T}) = \mathbb{T}$. Kemudian jika $A = \mathbb{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathbb{F}) = \mathbb{F}$.
- Jika $A = \forall x B$ untuk suatu formula B , maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\forall x B) = \mathbb{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathbb{T}$ untuk **setiap** d pada domain pembicaraan D .
- Jika $A = \exists x B$ untuk suatu formula B , maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\exists x B) = \mathbb{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathbb{T}$ untuk **suatu** d pada domain pembicaraan D .

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{T} \\ \text{F,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{T} \\ \text{F,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{T} \\ \text{F,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) \end{cases} .$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{T} \\ \text{F,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$
- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$
- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) \end{cases} .$$
- Jika $A = B \rightarrow C$, untuk suatu formula B dan C , maka $\mathcal{I}(A) =$

$$\mathcal{I}(B \rightarrow C) = \mathcal{I}(B) \rightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \text{ namun } \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{F} \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{T} \\ \text{F,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) \end{cases} .$$

- Jika $A = B \rightarrow C$, untuk suatu formula B dan C , maka $\mathcal{I}(A) =$

$$\mathcal{I}(B \rightarrow C) = \mathcal{I}(B) \rightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \text{T} \text{ namun } \mathcal{I}(C) = \text{F} \\ \text{T,} & \text{lainnya} \end{cases} .$$

- Jika $A = B \leftrightarrow C$, untuk suatu formula B dan C , maka

$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \leftrightarrow C) = \mathcal{I}(B) \leftrightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \text{T,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) \\ \text{F,} & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \end{cases} .$$

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat**
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Semantik Intuitif Formula Logika Predikat

Latihan

Misalkan $P(x)$: “ x adalah bilangan ganjil” dan $Q(x)$: “ x adalah bilangan genap” adalah dua predikat yang ditinjau pada himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula berikut:

- 1 $\forall x (P(x) \vee Q(x))$
- 2 $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
- 3 $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$
- 4 $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv$

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$ ”.
- Atau

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$ ”.
- Atau “setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap”.
- Kita memiliki $\forall x P(x) \equiv$

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$ ”.
- Atau “setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap”.
- Kita memiliki $\forall x P(x) \equiv \mathbf{F}$ karena $P(2) \equiv \mathbf{F}$. Kita juga memiliki $\forall x Q(x) \equiv$

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$ ”.
- Atau “setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap”.
- Kita memiliki $\forall x P(x) \equiv \mathbf{F}$ karena $P(2) \equiv \mathbf{F}$. Kita juga memiliki $\forall x Q(x) \equiv \mathbf{F}$ karena $Q(1) \equiv \mathbf{F}$.
- Akibatnya $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \equiv$

Nomor 1.

$\forall x (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$ ”.
- Atau “untuk setiap bilangan bulat x , berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap”.
- Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain \mathbb{Z} , maka $P(c) \equiv \mathbf{T}$ atau $Q(c) \equiv \mathbf{T}$ tetapi tidak keduanya.
- Akibatnya $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 2.

$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

- “untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$ ”.
- Atau “setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap”.
- Kita memiliki $\forall x P(x) \equiv \mathbf{F}$ karena $P(2) \equiv \mathbf{F}$. Kita juga memiliki $\forall x Q(x) \equiv \mathbf{F}$ karena $Q(1) \equiv \mathbf{F}$.
- Akibatnya $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \text{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv$

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv$

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$. Kemudian $Q(2) \equiv$

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$. Kemudian $Q(2) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x Q(x) \equiv \mathbf{T}$.

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$. Kemudian $Q(2) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x Q(x) \equiv \mathbf{T}$.
- Oleh karena itu $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \equiv$

Nomor 3.

$\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap”.
- Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.
- Akibatnya **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $P(c) \wedge Q(c) \equiv \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \mathbf{F}$.

Nomor 4.

$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

- “ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$ ”
- Atau “ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap”.
- Kita memiliki $P(1) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x P(x) \equiv \mathbf{T}$. Kemudian $Q(2) \equiv \mathbf{T}$, akibatnya $\exists x Q(x) \equiv \mathbf{T}$.
- Oleh karena itu $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \equiv \mathbf{T} \wedge \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$.

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)**
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

- 1 A dikatakan **absah** (*valid*) jika A bernilai **benar** (T) *untuk interpretasi apapun pada sembarang domain yang ditinjau*. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu **tautologi**.

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

- 1 A dikatakan **absah** (*valid*) jika A bernilai **benar** (T) *untuk interpretasi apapun pada sembarang domain yang ditinjau*. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu **tautologi**.
- 2 A dikatakan **terpenuhi** (*satisfiable*) jika terdapat **setidaknya sebuah interpretasi** \mathcal{I} dan **sebuah domain** D yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

- ➊ A dikatakan **absah** (*valid*) jika A bernilai **benar** (T) *untuk interpretasi apapun pada sembarang domain yang ditinjau*. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu **tautologi**.
- ➋ A dikatakan **terpenuhi** (*satisfiable*) jika terdapat **setidaknya sebuah interpretasi** \mathcal{I} dan **sebuah domain** D yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).
- ➌ A dikatakan **kontradiksi/ tak dapat terpenuhi** (*contradictory/ unsatisfiable*) jika A bernilai **salah** (F) *untuk interpretasi apapun pada sembarang domain yang ditinjau*.

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

- 1 A dikatakan **absah** (*valid*) jika A bernilai **benar** (T) untuk **interpretasi apapun pada sembarang domain yang ditinjau**. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu **tautologi**.
- 2 A dikatakan **terpenuhi** (*satisfiable*) jika terdapat **setidaknya sebuah interpretasi \mathcal{I} dan sebuah domain D** yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).
- 3 A dikatakan **kontradiksi/ tak dapat terpenuhi** (*contradictory/ unsatisfiable*) jika A bernilai **salah** (F) untuk **interpretasi apapun pada sembarang domain** yang ditinjau.
- 4 A dikatakan **contingency** jika A tidak absah dan tidak juga kontradiksi.

Berbeda dengan keabsahan, keterpenuhan, ataupun kontradiksi pada logika proposisi, **pembuktian keabsahan, keterpenuhan, maupun kontradiksi pada logika predikat tidak selamanya dapat dilakukan dengan tabel kebenaran.**

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D (\forall x P(x)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \text{T}$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D (\forall x P(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D (\forall x Q(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D (P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \text{T}$.
- 4 Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D (P(d) \wedge Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \text{T}$.
- 4 Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D(P(d)) \wedge \mathcal{I}_D(Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall xQ(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \text{T}$.
- 4 Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D(P(d)) \wedge \mathcal{I}_D(Q(d)) = \text{T}$ untuk sembarang $d \in D$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D (\forall x P(x)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D (\forall x Q(x)) = \text{T}$.
- 3 Misalkan d adalah sembarang elemen di D . Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D (P(d)) = \text{T}$ dan $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \text{T}$.
- 4 Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D (P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D (P(d)) \wedge \mathcal{I}_D (Q(d)) = \text{T}$ untuk sembarang $d \in D$.
- 5 Jadi $\mathcal{I}_D (\forall x (P(x) \wedge Q(x))) = \text{T}$.

Latihan

Buktikan bahwa $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ adalah suatu tautologi.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{F}$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{F}$.
- 4 Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{F}$.
- 4 Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{T}$ (karena d pada nomor 2 berlaku sembarang, maka kita boleh mengambil $d = c$).

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{F}$.
- 4 Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{T}$ (karena d pada nomor 2 berlaku sembarang, maka kita boleh mengambil $d = c$).
- 5 Hasil nomor 3 dan 4 bertentangan, akibatnya **tidak mungkin ada interpretasi \mathcal{I} dan domain D yang menyebabkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)) = \text{T}$.**

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall xP(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x\neg P(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x)) = \text{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \text{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
- 3 Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x\neg P(x)) = \text{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \text{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{F}$.
- 4 Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) = \text{T}$ (karena d pada nomor 2 berlaku sembarang, maka kita boleh mengambil $d = c$).
- 5 Hasil nomor 3 dan 4 bertentangan, akibatnya **tidak mungkin ada interpretasi \mathcal{I} dan domain D yang menyebabkan $\mathcal{I}_D(\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)) = \text{T}$.**
- 6 Nomor 5 berarti $\forall xP(x) \rightarrow \exists x\neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi.

Latihan

Buktikan bahwa $\exists x \neg P(x) \rightarrow \forall x P(x)$ adalah suatu kontradiksi.

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua formula logika predikat:

Formula A dan B dikatakan **setara** atau **ekuivalen** (*logically equivalent*) jika formula

$$A \leftrightarrow B$$

merupakan **tautologi**. Hal ini dituliskan dengan $A \equiv B$ atau $A \leftrightarrow B$.

Formula B dikatakan sebagai **konsekuensi logis** (*logical consequence*) dari A jika formula

$$A \rightarrow B$$

merupakan **tautologi**. Hal ini dituliskan dengan $A \Rightarrow B$.

Tidak seperti pada logika proposisi, **untuk menunjukkan konsekuensi logis maupun kesetaraan logika antar dua formula pada logika predikat kita tidak dapat menggunakan tabel kebenaran.**

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Kemudian karena $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ juga merupakan tautologi (buktikan!), maka berlaku $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Kemudian karena $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ juga merupakan tautologi (buktikan!), maka berlaku $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.

Dari dua hasil ini diperoleh $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$, atau juga dapat ditulis $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \equiv \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$$\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x)).$$

Solusi:

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$$\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x)).$$

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$
dan $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka

$$\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \equiv \exists x(P(x) \vee Q(x)).$$

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$.

Bukti bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka
 $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \equiv \exists x(P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$
 dan $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$.

Bukti bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Akan ditunjukkan bahwa $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$, atau dengan pernyataan lain $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$ suatu tautologi,

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \equiv \exists x(P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$.

Bukti bahwa $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Akan ditunjukkan bahwa $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$, atau dengan perkataan lain $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$ suatu tautologi, dengan cara membuktikan bahwa kebenaran $\exists x(P(x) \vee Q(x))$ mengakibatkan kebenaran untuk $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbb{T}$, maka

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbb{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbb{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbb{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbb{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbb{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbb{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbb{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbb{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbb{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbb{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.
- 4 Jika $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.
- 4 Jika $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x P(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) =$

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.
- 4 Jika $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x P(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.

- 1 Misalkan \mathcal{I} adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
- 2 Misalkan $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D (P(d) \vee Q(d)) = \mathbf{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$ atau $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$.
- 3 Jika $\mathcal{I}_D (P(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.
- 4 Jika $\mathcal{I}_D (Q(d)) = \mathbf{T}$, maka $\mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D (\exists x P(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D (\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D (\exists x Q(x)) = \mathbf{T}$.
- 5 Jadi bila $\mathcal{I}_D (\exists x (P(x) \vee Q(x))) = \mathbf{T}$ maka $\mathcal{I}_D (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathbf{T}$, sehingga $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$ adalah suatu tautologi, atau dengan perkataan lain $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Bahasan

- 1 Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
- 2 Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
- 3 Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)
- 4 Semantik Intuitif Formula Logika Predikat
- 5 Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya (Materi Suplemen)
- 6 Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika (Materi Suplemen)
- 7 Ekuivalensi Formula Logika Predikat: Negasi Formula Berkuantor

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai “perluasan” dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B , maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\exists x (\neg (P(x) \wedge Q(x))) \equiv$$

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai “perluasan” dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B , maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\begin{aligned}\exists x (\neg (P(x) \wedge Q(x))) &\equiv \exists x (\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \\ \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) &\equiv\end{aligned}$$

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai “perluasan” dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B , maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\begin{aligned}\exists x (\neg (P(x) \wedge Q(x))) &\equiv \exists x (\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \\ \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) &\equiv \forall x (\neg P(x) \vee Q(x))\end{aligned}$$

Hal yang membedakan ekuivalensi pada logika proposisi dengan ekuivalensi pada logika predikat adalah aturan untuk negasi formula berkuantor.

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika”.

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Logika Matematika”.

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika”.

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Logika Matematika”.

- Negasi dari $\forall x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika”.

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Logika Matematika”.

- Negasi dari $\forall x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.
- Mengingat $\forall x P(x)$ salah tepat ketika $\exists x \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\neg \forall x P(x) \equiv$

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika”.

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Logika Matematika”.

- Negasi dari $\forall x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.
- Mengingat $\forall x P(x)$ salah tepat ketika $\exists x \neg P(x)$ benar, maka diperoleh

$$\boxed{\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)}$$

Akibatnya negasi dari kalimat di atas adalah “ada mahasiswa Teknik Informatika yang tidak mengambil kuliah Logika Matematika”.

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal”.

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Metode Formal”.

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal”.

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Metode Formal”.

- Negasi dari $\exists x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal”.

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Metode Formal”.

- Negasi dari $\exists x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.
- Mengingat $\exists x P(x)$ salah tepat ketika ketika $\forall x \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\neg \exists x P(x) \equiv$

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: “ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal”.

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner “mengambil kuliah Metode Formal”.

- Negasi dari $\exists x P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.
- Mengingat $\exists x P(x)$ salah tepat ketika ketika $\forall x \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\boxed{\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)}$.

Akibatnya negasi dari kalimat di atas adalah “semua mahasiswa Teknik Informatika tidak mengambil kuliah Metode Formal”.

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\forall x P(x) \equiv$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\forall x P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)$$

$$\neg \forall x P(x) \equiv$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\begin{aligned} \forall x P(x) &\equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n) \\ \neg \forall x P(x) &\equiv \neg(P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\begin{aligned} \forall x P(x) &\equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n) \\ \neg \forall x P(x) &\equiv \neg(P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)) \\ &\equiv \neg P(a_1) \vee \neg P(a_2) \vee \dots \vee \neg P(a_n) \quad [\text{dengan sifat De Morgan}] \\ &\equiv \exists x \neg P(x) \end{aligned}$$

Dengan cara serupa kita juga memiliki $\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$. Sifat $\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$ dan $\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$ dinamakan **hukum De Morgan untuk kuantor**.

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

$$\bullet \neg \forall x (x^2 > 0) \equiv$$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

$$\bullet \neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

- 1 $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
- 2 $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

$$\textcircled{1} \neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$$

$$\textcircled{2} \neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

- 1 $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
- 2 $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
- 3 $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

- 1 $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
- 2 $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
- 3 $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

- 1 $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
- 2 $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
- 3 $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y (x + y \neq 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y (x + y = 1)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0) \equiv \exists x \neg \forall y ((xy)^2 \leq 0) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x (x^2 > 0)$
2. $\exists y (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0)$

Solusi: dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y ((xy)^2 \leq 0) \equiv \exists x \neg \forall y ((xy)^2 \leq 0) \equiv \exists x \exists y \neg ((xy)^2 \leq 0) \equiv \exists x \exists y ((xy)^2 > 0)$