Logika Predikat 1: Motivasi – Pohon Urai (*Parse Tree*)

Kuliah Logika Matematika Semester Ganjil 2023-2024

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

Oktober 2023

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

1. *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 1), Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
2. *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 3), Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
3. *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems* (Bab 2), Edisi 2, 2004, oleh M. Huth dan M. Ryan.
4. *Mathematical Logic for Computer Science* (Bab 5, 6), Edisi 2, 2000, oleh M. Ben-Ari.
5. *Slide* kuliah Matematika Diskret 1 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
6. *Slide* kuliah Logika Matematika di Telkom University oleh A. Rakhmatsyah, B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke `<pleasedontspam>@telkomuniversity.ac.id`.

Bahasan

1. Motivasi
2. Kuantifikasi dan Kuantor
3. Variabel Terikat, Variabel Bebas, dan Kuantor Bersusun/ Bersarang
4. Presedens Kuantor dan Operator Logika Lain
5. Formula Logika Predikat (Materi Suplemen)

Bahasan

Motivasi: Mengapa Diperlukan Logika Predikat?

Pada bahasan logika proposisi, kita telah melihat bahwa formula logika proposisi dapat dipakai untuk memperjelas dan memeriksa konsistensi suatu spesifikasi sistem dalam bidang *computer science*. Namun logika proposisi tidak selamanya praktis.

Motivasi: Mengapa Diperlukan Logika Predikat?

Pada bahasan logika proposisi, kita telah melihat bahwa formula logika proposisi dapat dipakai untuk memperjelas dan memeriksa konsistensi suatu spesifikasi sistem dalam bidang *computer science*. Namun logika proposisi tidak selamanya praktis.

Pada logika proposisi, setiap fakta atom dinyatakan dengan variabel proposisi yang berbeda.

Motivasi: Mengapa Diperlukan Logika Predikat?

Pada bahasan logika proposisi, kita telah melihat bahwa formula logika proposisi dapat dipakai untuk memperjelas dan memeriksa konsistensi suatu spesifikasi sistem dalam bidang *computer science*. Namun logika proposisi tidak selamanya praktis.

Pada logika proposisi, setiap fakta atom dinyatakan dengan variabel proposisi yang berbeda. Sebagai contoh:

- "Alex adalah mahasiswa" ditulis dengan p,
- "Bernard adalah mahasiswa" ditulis dengan q, dan
- "Calvin adalah mahasiswa" ditulis dengan r.

Motivasi: Mengapa Diperlukan Logika Predikat?

Pada bahasan logika proposisi, kita telah melihat bahwa formula logika proposisi dapat dipakai untuk memperjelas dan memeriksa konsistensi suatu spesifikasi sistem dalam bidang *computer science*. Namun logika proposisi tidak selamanya praktis.

Pada logika proposisi, setiap fakta atom dinyatakan dengan variabel proposisi yang berbeda. Sebagai contoh:

- "Alex adalah mahasiswa" ditulis dengan p,
- "Bernard adalah mahasiswa" ditulis dengan q, dan
- "Calvin adalah mahasiswa" ditulis dengan r.

Dalam contoh di atas, *kita tidak melihat keterkaitan* antara p, q, dan r, padahal ketiganya sama-sama menyatakan bahwa "seseorang" adalah mahasiswa.

Dalam bahasa Indonesia, ketiga frasa tersebut memiliki struktur yang sama

Dalam bahasa Indonesia, ketiga frasa tersebut memiliki struktur yang sama

- $\underbrace{\text{Alex}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$

Dalam bahasa Indonesia, ketiga frasa tersebut memiliki struktur yang sama

- $\underbrace{\text{Alex}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$
- $\underbrace{\text{Bernard}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$

Dalam bahasa Indonesia, ketiga frasa tersebut memiliki struktur yang sama

- $\underbrace{\text{Alex}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$
- $\underbrace{\text{Bernard}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$
- $\underbrace{\text{Calvin}}_{\text{Subjek}}\ \underbrace{\text{adalah mahasiswa}}_{\text{Predikat}}$

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

$P(x)$ tidak memiliki nilai kebenaran hingga x diganti dengan suatu elemen dari D.
Banyaknya variabel dalam suatu predikat dinamakan dengan ariti (*arity*) dari predikat tersebut.

- Predikat uner adalah predikat dengan ariti

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

$P(x)$ tidak memiliki nilai kebenaran hingga x diganti dengan suatu elemen dari D.
Banyaknya variabel dalam suatu predikat dinamakan dengan ariti (*arity*) dari predikat tersebut.

- Predikat uner adalah predikat dengan ariti 1.
- Predikat biner adalah predikat dengan ariti

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

$P(x)$ tidak memiliki nilai kebenaran hingga x diganti dengan suatu elemen dari D.
Banyaknya variabel dalam suatu predikat dinamakan dengan ariti (*arity*) dari predikat tersebut.

- Predikat uner adalah predikat dengan ariti 1.
- Predikat biner adalah predikat dengan ariti 2.
- Predikat terner adalah predikat dengan ariti

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

$P(x)$ tidak memiliki nilai kebenaran hingga x diganti dengan suatu elemen dari D.
Banyaknya variabel dalam suatu predikat dinamakan dengan ariti (*arity*) dari predikat tersebut.

- Predikat uner adalah predikat dengan ariti 1.
- Predikat biner adalah predikat dengan ariti 2.
- Predikat terner adalah predikat dengan ariti 3.
- Predikat n ari (atau n-ner) adalah predikat dengan ariti

Predikat

Dari kuliah sebelumnya, kita mengetahui bahwa "$x > 2021$" adalah suatu pernyataan (*statement*), tetapi bukan proposisi.
Pernyataan "$x > 2021$" atau "x lebih dari 2021" terdiri atas:

- variabel x yang berasal dari suatu himpunan tertentu, katakanlah himpunan tersebut adalah D;
- predikat "lebih dari 2021".

Himpunan D disebut domain atau semesta pembicaraan (*universe of discourse*).
Pernyataan "$x > 2021$" ditulis sebagai $P(x)$, dengan P adalah predikat dan x adalah variabel.

$P(x)$ tidak memiliki nilai kebenaran hingga x diganti dengan suatu elemen dari D.
Banyaknya variabel dalam suatu predikat dinamakan dengan ariti (*arity*) dari predikat tersebut.

- Predikat uner adalah predikat dengan ariti 1.
- Predikat biner adalah predikat dengan ariti 2.
- Predikat terner adalah predikat dengan ariti 3.
- Predikat n ari (atau n-ner) adalah predikat dengan ariti n.

Proposisi Atom dalam Logika Predikat

Dengan logika predikat, proposisi-proposisi atom yang serupa memiliki struktur sama. Misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Alex adalah mahasiswa".
- "Bernard adalah mahasiswa"
- "Calvin adalah mahasiswa".

Proposisi Atom dalam Logika Predikat

Dengan logika predikat, proposisi-proposisi atom yang serupa memiliki struktur sama. Misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Alex adalah mahasiswa".
- "Bernard adalah mahasiswa"
- "Calvin adalah mahasiswa".

Ketiga proposisi di atas berturut-turut dapat ditulis sebagai $\texttt{Mahasiswa}\,(Alex)$, $\texttt{Mahasiswa}\,(Bernard)$, dan $\texttt{Mahasiswa}\,(Calvin)$. Pada proposisi-proposisi ini, $\texttt{Mahasiswa}$ dinamakan sebagai predikat dan $Alex$, $Bernard$, $Calvin$ dinamakan sebagai konstanta. Dalam hal ini, $\texttt{Mahasiswa}$ adalah predikat dengan ariti

Proposisi Atom dalam Logika Predikat

Dengan logika predikat, proposisi-proposisi atom yang serupa memiliki struktur sama. Misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Alex adalah mahasiswa".
- "Bernard adalah mahasiswa"
- "Calvin adalah mahasiswa".

Ketiga proposisi di atas berturut-turut dapat ditulis sebagai $\texttt{Mahasiswa}\,(Alex)$, $\texttt{Mahasiswa}\,(Bernard)$, dan $\texttt{Mahasiswa}\,(Calvin)$. Pada proposisi-proposisi ini, Mahasiswa dinamakan sebagai predikat dan $Alex$, $Bernard$, $Calvin$ dinamakan sebagai konstanta. Dalam hal ini, Mahasiswa adalah predikat dengan ariti 1 dengan domain D dapat berupa semua orang di dunia.

Untuk menyatakan "x adalah mahasiswa", kita dapat menulis $\texttt{Mahasiswa}\,(x)$.

Selanjutnya misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Amri menyukai nasi goreng"
- "Badri menyukai bakso"
- "Cecep menyukai pizza"

Selanjutnya misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Amri menyukai nasi goreng"
- "Badri menyukai bakso"
- "Cecep menyukai pizza"

Ketiga proposisi di atas berturut-turut dapat ditulis sebagai `Menyukai` $(Amri, nasi\ goreng)$, `Menyukai` $(Badri, bakso)$, dan `Menyukai` $(Cecep, pizza)$. Pada proposisi-proposisi ini, `Menyukai` adalah predikat dengan ariti

Selanjutnya misalkan kita memiliki proposisi-proposisi

- "Amri menyukai nasi goreng"
- "Badri menyukai bakso"
- "Cecep menyukai pizza"

Ketiga proposisi di atas berturut-turut dapat ditulis sebagai $\texttt{Menyukai}\,(Amri, nasi\ goreng)$, $\texttt{Menyukai}\,(Badri, bakso)$, dan $\texttt{Menyukai}\,(Cecep, pizza)$. Pada proposisi-proposisi ini, `Menyukai` adalah predikat dengan ariti 2 dan domain dapat berupa $D_1 \times D_2 = \{(x, y) \mid x \text{ adalah orang dan } y \text{ adalah makanan}\}$. Ini berarti D_1 adalah himpunan seluruh orang dan D_2 adalah himpunan seluruh makanan. Urutan domain tidak boleh ditukar, jadi $D_1 \times D_2$ tidak sama dengan $D_2 \times D_1$.

Untuk menyatakan "(orang) x menyukai (makanan) y", kita dapat menulis $\texttt{Menyukai}\,(x, y)$.

Logika predikat dapat digunakan untuk menyatakan kalimat-kalimat berikut secara lebih formal, tepat, dan detail:

- Ada mahasiswa FIF Tel-U yang berada di depan komputer setiap hari.
- Setiap mahasiwa baru FIF Tel-U mengambil kuliah Kalkulus 1.

Logika predikat dapat digunakan untuk menyatakan kalimat-kalimat berikut secara lebih formal, tepat, dan detail:

- Ada mahasiswa FIF Tel-U yang berada di depan komputer setiap hari.
- Setiap mahasiwa baru FIF Tel-U mengambil kuliah Kalkulus 1.

Logika predikat juga dapat digunakan dalam deduksi berikut.

"Setiap mahasiswa baru FIF Tel-U mengambil kuliah Kalkulus 1"
"Alex adalah mahasiswa baru FIF Tel-U"
"Jadi, Alex mengambil kuliah Kalkulus 1"

Catatan

Logika predikat dapat digunakan untuk menyatakan kalimat-kalimat berikut secara lebih formal, tepat, dan detail:

- Ada mahasiswa FIF Tel-U yang berada di depan komputer setiap hari.
- Setiap mahasiwa baru FIF Tel-U mengambil kuliah Kalkulus 1.

Logika predikat juga dapat digunakan dalam deduksi berikut.

> "Setiap mahasiswa baru FIF Tel-U mengambil kuliah Kalkulus 1"
> "Alex adalah mahasiswa baru FIF Tel-U"
> "Jadi, Alex mengambil kuliah Kalkulus 1"

Catatan

Logika predikat yang akan dibahas dalam perkuliahan Logika Matematika ini juga disebut sebagai logika predikat orde-pertama (*first-order predicate logic*) atau cukup logika orde-pertama (*first-order logic*). Dalam logika orde-pertama, kuantifikasi dikenakan pada variabel yang mewakili elemen di sebuah domain (akan dibahas selanjutnya).

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan <u>himpunan pasangan terurut</u> $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \rightarrow \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv \mathrm{F}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv \mathrm{F}$ karena $2021 > 2021$ salah
- $P(2022) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan <u>himpunan pasangan terurut</u> $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv \mathrm{F}$ karena $2021 > 2021$ salah
- $P(2022) \equiv (2022 > 2021) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv \mathrm{F}$ karena $2021 > 2021$ salah
- $P(2022) \equiv (2022 > 2021) \equiv \mathrm{T}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (1)

Predikat dengan ariti n dapat dipandang sebagai suatu fungsi dari $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ ke $\{\mathrm{F}, \mathrm{T}\}$, dengan $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_n$ merupakan himpunan pasangan terurut $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ dengan $d_i \in D_i$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh

Predikat uner P dengan $P(x)$ menyatakan "$x > 2021$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$P : D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $P(2021)$ dan $P(2022)$ untuk $P(x)$ adalah

- $P(2021) \equiv (2021 > 2021) \equiv \mathrm{F}$ karena $2021 > 2021$ salah
- $P(2022) \equiv (2022 > 2021) \equiv \mathrm{T}$ karena $2022 > 2021$ benar.

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x, y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \rightarrow \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1, 2)$ dan $Q(3, 2)$ untuk $Q(x, y)$ adalah

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x, y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1, 2)$ dan $Q(3, 2)$ untuk $Q(x, y)$ adalah

- $Q(1, 2) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x, y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1, 2)$ dan $Q(3, 2)$ untuk $Q(x, y)$ adalah

- $Q(1, 2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x,y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1,2)$ dan $Q(3,2)$ untuk $Q(x,y)$ adalah

- $Q(1,2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{F}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x, y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1, 2)$ dan $Q(3, 2)$ untuk $Q(x, y)$ adalah

- $Q(1, 2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{F}$ karena $2 \cdot 1 = 3 \cdot 2$ salah
- $Q(3, 2) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x,y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1,2)$ dan $Q(3,2)$ untuk $Q(x,y)$ adalah

- $Q(1,2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{F}$ karena $2 \cdot 1 = 3 \cdot 2$ salah
- $Q(3,2) \equiv (2 \cdot 3 = 3 \cdot 2) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x,y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1,2)$ dan $Q(3,2)$ untuk $Q(x,y)$ adalah

- $Q(1,2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{F}$ karena $2 \cdot 1 = 3 \cdot 2$ salah
- $Q(3,2) \equiv (2 \cdot 3 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{T}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (2)

Contoh

Predikat biner Q dengan $Q(x, y)$ menyatakan "$2x = 3y$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$Q : D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $Q(1, 2)$ dan $Q(3, 2)$ untuk $Q(x, y)$ adalah

- $Q(1, 2) \equiv (2 \cdot 1 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{F}$ karena $2 \cdot 1 = 3 \cdot 2$ salah
- $Q(3, 2) \equiv (2 \cdot 3 = 3 \cdot 2) \equiv \mathrm{T}$ karena $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ benar

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x, y, z)$ yang menyatakan "$x + y = z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1, 2, 3)$ dan $R(3, 2, 1)$ untuk $R(x, y, z)$ adalah

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x,y,z)$ yang menyatakan "$x+y=z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1,2,3)$ dan $R(3,2,1)$ untuk $R(x,y,z)$ adalah

- $R(1,2,3) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x,y,z)$ yang menyatakan "$x+y=z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1,2,3)$ dan $R(3,2,1)$ untuk $R(x,y,z)$ adalah

- $R(1,2,3) \equiv (1+2=3) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x, y, z)$ yang menyatakan "$x + y = z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1, 2, 3)$ dan $R(3, 2, 1)$ untuk $R(x, y, z)$ adalah

- $R(1, 2, 3) \equiv (1 + 2 = 3) \equiv \mathrm{T}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x,y,z)$ yang menyatakan "$x+y=z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1,2,3)$ dan $R(3,2,1)$ untuk $R(x,y,z)$ adalah

- $R(1,2,3) \equiv (1+2=3) \equiv \mathrm{T}$ karena $1+2=3$ benar.
- $R(3,2,1) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x,y,z)$ yang menyatakan "$x+y=z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1,2,3)$ dan $R(3,2,1)$ untuk $R(x,y,z)$ adalah

- $R(1,2,3) \equiv (1+2=3) \equiv \mathrm{T}$ karena $1+2=3$ benar.
- $R(3,2,1) \equiv (3+2=1) \equiv$

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x, y, z)$ yang menyatakan "$x + y = z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1, 2, 3)$ dan $R(3, 2, 1)$ untuk $R(x, y, z)$ adalah

- $R(1, 2, 3) \equiv (1 + 2 = 3) \equiv \mathrm{T}$ karena $1 + 2 = 3$ benar.
- $R(3, 2, 1) \equiv (3 + 2 = 1) \equiv \mathrm{F}$ karena

Predikat Sebagai Fungsi (3)

Contoh

Predikat terner R dengan $R(x, y, z)$ yang menyatakan "$x + y = z$" dapat dipandang sebagai fungsi

$$R : D \times D \times D \to \{\mathrm{F}, \mathrm{T}\},$$

dengan D adalah himpunan bilangan yang ditinjau. Nilai kebenaran dari $R(1, 2, 3)$ dan $R(3, 2, 1)$ untuk $R(x, y, z)$ adalah

- $R(1, 2, 3) \equiv (1 + 2 = 3) \equiv \mathrm{T}$ karena $1 + 2 = 3$ benar.
- $R(3, 2, 1) \equiv (3 + 2 = 1) \equiv \mathrm{F}$ karena $3 + 2 = 1$ salah.

Kita telah melihat cara menentukan nilai kebenaran untuk predikat dengan ariti 1, 2, dan 3.

Kita telah melihat cara menentukan nilai kebenaran untuk predikat dengan ariti 1, 2, dan 3. Bagaimana dengan predikat dengan ariti 0?

Kita telah melihat cara menentukan nilai kebenaran untuk predikat dengan ariti 1, 2, dan 3. Bagaimana dengan predikat dengan ariti 0?

- Nilai kebenaran predikat dengan ariti 0 <u>tidak bergantung pada elemen apapun</u> pada domain D,

Kita telah melihat cara menentukan nilai kebenaran untuk predikat dengan ariti 1, 2, dan 3. Bagaimana dengan predikat dengan ariti 0?

- Nilai kebenaran predikat dengan ariti 0 tidak bergantung pada elemen apapun pada domain D,
- nilai kebenaran predikat dengan ariti 0 selalu sama (konstan),

Kita telah melihat cara menentukan nilai kebenaran untuk predikat dengan ariti 1, 2, dan 3. Bagaimana dengan predikat dengan ariti 0?

- Nilai kebenaran predikat dengan ariti 0 <u>tidak bergantung pada elemen apapun</u> pada domain D,
- nilai kebenaran predikat dengan ariti 0 selalu sama (konstan),
- suatu proposisi (yang telah kita pelajari sebelumnya) dapat dipandang sebagai predikat dengan ariti 0.

Bahasan

Kuantifikasi dan Kuantor (*Quantifier*)

Dalam sebuah predikat, ada dua jenis kuantifikasi (*quantification*) yang dapat dikenakan pada setiap variabel

1. kuantifikasi universal (*universal quantification*)
2. kuantifikasi eksistensial (*existential quantification*)

Kuantifikasi Universal (*Universal Quantification*)

Kuantifikasi Universal (*Universal Quantification*)

Kuantifikasi universal untuk predikat $P(x)$ adalah proposisi berikut

"$P(x)$ bernilai benar untuk **setiap** (**semua**) elemen x di domain D"

Hal di atas dapat ditulis sebagai

$\forall x \in D\ P(x)$, atau

$\forall x\ P(x)$, bila D sudah jelas.

$P(x)$ dikatakan sebagai cakupan (*scope*) dari kuantifikasi $\forall x$.
Formulasi di atas dibaca sebagai

"Untuk setiap (semua) x di D berlaku $P(x)$", atau

"$P(x)$ benar untuk semua nilai x dalam semesta pembicaraan"

Lambang $\forall$ dinamakan sebagai kuantor (*quantifier*) universal.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x \; P(x) \equiv$$

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x \; P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x \; P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

$\forall x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x\ P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

$\forall x\ P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Nilai x yang membuat $\forall x\ P(x)$ salah disebut contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan $\forall x\ P(x)$.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x \; P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

$\forall x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Nilai x yang membuat $\forall x \; P(x)$ salah disebut contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan $\forall x \; P(x)$.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" dapat dinyatakan sebagai

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x\ P(x) \equiv P(a_1) \land P(a_2) \land \cdots \land P(a_n)$$

$\forall x\ P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Nilai x yang membuat $\forall x\ P(x)$ salah disebut contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan $\forall x\ P(x)$.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" dapat dinyatakan sebagai "Alice, Bob, dan Charlie adalah mahasiswa di ruang kelas".

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x\ P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

$\forall x\ P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Nilai x yang membuat $\forall x\ P(x)$ salah disebut contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan $\forall x\ P(x)$.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" dapat dinyatakan sebagai "Alice, Bob, dan Charlie adalah mahasiswa di ruang kelas". Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" salah bila **cukup salah satu** dari Alice, Bob, atau Charlie **bukan** mahasiswa.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Universal

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\forall x \; P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)$$

$\forall x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika terdapat satu nilai x di D yang membuat $P(x)$ **salah**.

Nilai x yang membuat $\forall x \; P(x)$ salah disebut contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan $\forall x \; P(x)$.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" dapat dinyatakan sebagai "Alice, Bob, dan Charlie adalah mahasiswa di ruang kelas". Pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa" salah bila **cukup salah satu** dari Alice, Bob, atau Charlie **bukan** mahasiswa. Misalkan Bob bukan mahasiswa di ruang kelas tersebut, maka Bob disebut sebagai contoh penyangkal (*counterexample*) dari pernyataan "Semua orang dalam ruang kelas adalah mahasiswa".

Kuantifikasi Eksistensial (*Existential Quantification*)

Kuantifikasi Eksistensial (*Existential Quantification*)

Kuantifikasi eksistensial untuk predikat $P(x)$ adalah proposisi berikut

"$P(x)$ bernilai benar untuk **suatu** elemen x di domain D"

Hal di atas dapat ditulis sebagai

$\exists x \in D \; P(x)$, atau

$\exists x \; P(x)$, bila D sudah jelas.

$P(x)$ dikatakan sebagai cakupan (*scope*) dari kuantifikasi $\exists x$.
Formulasi di atas dibaca sebagai

"Terdapat suatu x di D yang memenuhi $P(x)$", atau

"Paling sedikit ada satu x dalam semesta pembicaraan sehingga $P(x)$ benar"

Lambang $\exists$ dinamakan sebagai kuantor (*quantifier*) eksistensial.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x \; P(x) \equiv$$

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x\ P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \cdots \vee P(a_n)$$

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x \; P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \cdots \vee P(a_n)$$

$\exists x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika semua nilai x di D mengakibatkan $P(x)$ **salah**.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie.

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x \; P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \cdots \vee P(a_n)$$

$\exists x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika semua nilai x di D mengakibatkan $P(x)$ **salah**.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Terdapat seorang mahasiswa di kelas tersebut" dapat dinyatakan sebagai

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x\ P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \cdots \vee P(a_n)$$

$\exists x\ P(x)$ akan bernilai **salah** ketika semua nilai x di D mengakibatkan $P(x)$ **salah**.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Terdapat seorang mahasiswa di kelas tersebut" dapat dinyatakan sebagai "Alice atau Bob atau Charlie adalah mahasiswa".

Lebih Jauh Tentang Kuantifikasi Eksistensial

Jika domain D berhingga, misalkan $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka kita memiliki

$$\exists x \; P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \cdots \vee P(a_n)$$

$\exists x \; P(x)$ akan bernilai **salah** ketika semua nilai x di D mengakibatkan $P(x)$ **salah**.

Contoh

Misalkan di suatu ruang kelas terdapat tiga orang, Alice, Bob, dan Charlie. Pernyataan "Terdapat seorang mahasiswa di kelas tersebut" dapat dinyatakan sebagai "Alice atau Bob atau Charlie adalah mahasiswa". Pernyataan "Terdapat seorang mahasiswa di kelas tersebut" salah bila **semua orang** dari Alice, Bob, dan Charlie **bukan** mahasiswa.

Nilai Kebenaran Predikat dengan Kuantor

	$\forall x\ P(x)$	$\exists x\ P(x)$
benar ketika	$P(x)$ **benar** untuk setiap x	Ada satu x sehingga $P(x)$ **benar**
salah ketika	Ada satu x sehingga $P(x)$ **salah**	$P(x)$ **salah** untuk setiap x

Bahasan

Variabel Terikat dan Variabel Bebas

Variabel Terikat dan Variabel Bebas

Misalkan P adalah suatu predikat uner, variabel x pada $P(x)$ disebut variabel terikat (*bound variable*) apabila

1. x telah digantikan oleh sebuah elemen tertentu dari domain D, atau
2. x diikat oleh sebuah kuantor ($\forall x$ atau $\exists x$)

Variabel yang tidak terikat disebut variabel bebas (*free variable*). Terminologi variabel terikat dan variabel bebas tidak hanya terdapat pada predikat uner saja, tetapi juga pada predikat lain dengan ariti $n > 1$.

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, d_2)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1\ P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1\ P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2\ P(d_1, y)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1\ P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2\ P(d_1, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai x telah diganti oleh d_1)

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1\ P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2\ P(d_1, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai x telah diganti oleh d_1)
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ P(x, y)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2 \; P(d_1, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai x telah diganti oleh d_1)
- pada $\exists x \in D_1 \; \forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2 \; P(d_1, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai x telah diganti oleh d_1)
- pada $\exists x \in D_1 \; \forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat
- pada $\exists y \in D_2 \; \forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan P adalah suatu predikat biner, $P(x, y)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2$, maka

- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat dan y sebagai variabel bebas
- pada $\forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki y sebagai variabel terikat dan x sebagai variabel bebas
- pada $\forall x \in D_1 \; P(x, d_2)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai y telah diganti oleh d_2)
- pada $\exists y \in D_2 \; P(d_1, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat (karena nilai x telah diganti oleh d_1)
- pada $\exists x \in D_1 \; \forall y \in D_2 \; P(x, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat
- pada $\exists y \in D_2 \; \forall x \in D_1 \; P(x, y)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x, y, z)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat, z sebagai variabel bebas

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x,y,z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x,y,z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x,y,z)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat, z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \exists y \in D_2\ \forall z \in D_3\ Q(x,y,z)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat, z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \exists y \in D_2\ \forall z \in D_3\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x, y, dan z sebagai variabel terikat

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat, z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \exists y \in D_2\ \forall z \in D_3\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x, y, dan z sebagai variabel terikat
- pada $Q(d_1, y, d_3)$ kita memiliki

Contoh

Misalkan Q adalah suatu predikat terner, $Q(x, y, z)$ dievaluasi pada domain $D_1 \times D_2 \times D_3$, maka

- pada $\forall x \in D_1\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x sebagai variabel terikat, y dan z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \forall y \in D_2\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x dan y sebagai variabel terikat, z sebagai variabel bebas
- pada $\exists x \in D_1\ \exists y \in D_2\ \forall z \in D_3\ Q(x, y, z)$ kita memiliki x, y, dan z sebagai variabel terikat
- pada $Q(d_1, y, d_3)$ kita memiliki x dan z sebagai variabel terikat (karena nilainya diganti oleh d_1 dan d_3), y sebagai variabel bebas

Penulisan Kuantor Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier*)

Misalkan P adalah suatu predikat terner dengan semesta pembicaraan $D_1 \times D_2 \times D_3$. Ketika domain D_1, D_2, dan D_3 sudah jelas, maka formula dengan bentuk

$$\forall x \in D_1 \ \exists y \in D_2 \ \forall z \in D_3 \ P(x, y, z)$$

cukup ditulis sebagai

$$\forall x \exists y \forall z \ P(x, y, z)$$

Aturan serupa berlaku untuk bentuk formula lain pada setiap predikat dengan ariti $n > 1$.

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier)*

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x, y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x, y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x, y)$ memiliki makna yang berbeda.

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier*)

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x, y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x, y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x, y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x, y)$ berarti

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier)*

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x,y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x,y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x,y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x,y)$ berarti "untuk setiap dosen x ada mata kuliah y yang diajarkannya" atau dalam perkataan lain

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier)*

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x, y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x, y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x, y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x, y)$ berarti "untuk setiap dosen x ada mata kuliah y yang diajarkannya" atau dalam perkataan lain "setiap dosen di Tel-U setidaknya mengajar satu mata kuliah".

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier*)

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x,y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x,y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x,y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x,y)$ berarti "untuk setiap dosen x ada mata kuliah y yang diajarkannya" atau dalam perkataan lain "setiap dosen di Tel-U setidaknya mengajar satu mata kuliah".
- $\exists y \forall x\ M(x,y)$ berarti

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier*)

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x,y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x,y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x,y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x,y)$ berarti "untuk setiap dosen x ada mata kuliah y yang diajarkannya" atau dalam perkataan lain "setiap dosen di Tel-U setidaknya mengajar satu mata kuliah".
- $\exists y \forall x\ M(x,y)$ berarti "terdapat mata kuliah y yang diajarkan oleh semua dosen x"

Kuantifikasi Bersusun/ Bersarang (*Nested Quantifier)*

Urutan kemunculan kuantor dapat berpengaruh terhadap makna kalimat logika yang ditulis.

Contoh

Misalkan $M(x,y)$ menyatakan "Dosen x mengajar mata kuliah y" dengan domain x adalah himpunan semua dosen di Tel-U dan y adalah himpunan semua mata kuliah di Tel-U, maka $\forall x \exists y\ M(x,y)$ dan $\exists y \forall x\ M(x,y)$ memiliki makna yang berbeda.

- $\forall x \exists y\ M(x,y)$ berarti "untuk setiap dosen x ada mata kuliah y yang diajarkannya" atau dalam perkataan lain "setiap dosen di Tel-U setidaknya mengajar satu mata kuliah".
- $\exists y \forall x\ M(x,y)$ berarti "terdapat mata kuliah y yang diajarkan oleh semua dosen x" atau dalam perkataan lain "ada kuliah yang dapat diajarkan semua dosen di Tel-U".

Cakupan (*Scope*)

Cakupan (*Scope*)

Dalam ekspresi logika predikat $\forall x \exists y \; M(x,y)$ kita memiliki

$$\underbrace{\forall x \exists y \; \underbrace{M(x,y)}_{\text{cakupan } \exists y}}_{\text{cakupan } \forall x}$$

Cakupan (*Scope*)

Cakupan (*Scope*)

Dalam ekspresi logika predikat $\forall x \exists y\ M(x,y)$ kita memiliki

$$\underbrace{\forall x \exists y\ \underbrace{M(x,y)}_{\text{cakupan } \exists y}}_{\text{cakupan } \forall x}$$

- $\exists y$ mencakup $M(x,y)$, pada *subformula* $\exists y\ M(x,y)$ variabel x berupa variabel bebas.

Cakupan (*Scope*)

Cakupan (*Scope*)

Dalam ekspresi logika predikat $\forall x \exists y\ M(x,y)$ kita memiliki

$$\underbrace{\forall x \exists y\ \underbrace{M(x,y)}_{\text{cakupan } \exists y}}_{\text{cakupan } \forall x}$$

- $\exists y$ mencakup $M(x,y)$, pada *subformula* $\exists y\ M(x,y)$ variabel x berupa variabel bebas.
- $\forall x$ mencakup $\exists y\ M(x,y)$, pada *subformula* $\forall x \exists y\ M(x,y)$ variabel x berupa variabel terikat.

Bahasan

Presedens Kuantor dan Operator Logika Lain

Diberikan ekspresi $\forall x\ P(x) \wedge Q(x)$, manakah bentuk yang dimaksud:

1. $\forall x\ \left(P(x) \wedge Q(x)\right)$
2. $\left(\forall x\ P(x)\right) \wedge Q(x)$

Presedens Kuantor dan Operator Logika Lain

Diberikan ekspresi $\forall x\ P(x) \wedge Q(x)$, manakah bentuk yang dimaksud:

1. $\forall x\ \ (P(x) \wedge Q(x))$
2. $(\forall x\ P(x)) \wedge Q(x)$

Pada logika predikat, kuantor $\forall$ dan $\exists$ memiliki presedens lebih tinggi daripada operator-operator logika lain dalam logika proposisi.

Tabel urutan pengerjaan (presedens) kuantor dan operator logika dalam logika predikat

Operator	Urutan
$\forall$	1
$\exists$	2
$\neg$	3
$\wedge$	4
$\vee$	5
$\oplus$	6
$\rightarrow$	7
$\leftrightarrow$	8

Jadi $\forall x\ P(x) \wedge Q(x)$ berarti

Tabel urutan pengerjaan (presedens) kuantor dan operator logika dalam logika predikat

Operator	Urutan
$\forall$	1
$\exists$	2
$\neg$	3
$\wedge$	4
$\vee$	5
$\oplus$	6
$\rightarrow$	7
$\leftrightarrow$	8

Jadi $\forall x \ P(x) \wedge Q(x)$ berarti $(\forall x \ P(x)) \wedge Q(x)$.

Bahasan

Term pada Logika Predikat

Formula logika predikat dibangun dari term yang didefinisikan sebagai berikut.

Term

1. Setiap variabel adalah term. Variabel biasanya ditulis dengan huruf u, v, w, x, y, z, $u_1, u_2, \ldots$, $v_1, v_2, \ldots$, $w_1, w_2, \ldots$, $x_1, x_2, \ldots$, $y_1, y_2, \ldots$, $z_1, z_2, \ldots$.
2. Setiap konstanta pada domain (atau semesta pembicaraan) adalah term. Konstanta biasanya ditulis dengan huruf a, b, c, $a_1, a_2, \ldots$, $b_1, b_2, \ldots$, $c_1, c_2, \ldots$, atau secara kongkrit. Contohnya konstanta dapat ditulis dengan bilangan $0, 1, 2$ (jika domain adalah himpunan bilangan), dengan nama manusia seperti $Alex$, Bob, atau $Charlie$ (jika domain adalah himpunan manusia), atau yang lainnya.
3. Jika $t_1, t_2, \ldots, t_n$ adalah term dan f adalah fungsi dengan ariti $n \geq 1$, maka $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ juga merupakan term. Dalam hal ini f dapat dipadang sebagai fungsi n variabel yang hasilnya adalah sebuah term.

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a, b)$, $g(y, x)$, $g(b, y)$, $g(x, x)$,

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a, b)$, $g(y, x)$, $g(b, y)$, $g(x, x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a, f(x))$, $g(a, f(y))$, $g(f(b), f(y))$, $g(y, f(x))$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a, f(x))$, $g(a, f(y))$, $g(f(b), f(y))$, $g(y, f(x))$ adalah term, karena a, y, dan $f(\cdots)$ adalah term dan g adalah fungsi biner.
7. $f(a,b)$, $f(x,y)$, $f(y, f(x))$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a, f(x))$, $g(a, f(y))$, $g(f(b), f(y))$, $g(y, f(x))$ adalah term, karena a, y, dan $f(\cdots)$ adalah term dan g adalah fungsi biner.
7. $f(a,b)$, $f(x,y)$, $f(y, f(x))$ bukan term, karena f fungsi uner.
8. $g(a,b,x)$, $g(f(a), y, f(x))$, $g(y, f(a), g(x,b))$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a,f(x))$, $g(a,f(y))$, $g(f(b),f(y))$, $g(y,f(x))$ adalah term, karena a, y, dan $f(\cdots)$ adalah term dan g adalah fungsi biner.
7. $f(a,b)$, $f(x,y)$, $f(y,f(x))$ bukan term, karena f fungsi uner.
8. $g(a,b,x)$, $g(f(a),y,f(x))$, $g(y,f(a),g(x,b))$ bukan term, karena g fungsi biner.
9. $g(g(a,b),g(x,y))$, $g(f(a),f(f(x)))$,

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a, f(x))$, $g(a, f(y))$, $g(f(b), f(y))$, $g(y, f(x))$ adalah term, karena a, y, dan $f(\cdots)$ adalah term dan g adalah fungsi biner.
7. $f(a,b)$, $f(x,y)$, $f(y, f(x))$ bukan term, karena f fungsi uner.
8. $g(a,b,x)$, $g(f(a), y, f(x))$, $g(y, f(a), g(x,b))$ bukan term, karena g fungsi biner.
9. $g(g(a,b), g(x,y))$, $g(f(a), f(f(x)))$, adalah term.
10. $g(f(a))$, $f(g(a))$, $g(x, f(x,y))$

Contoh

Misalkan f adalah fungsi uner dan g adalah fungsi biner, a dan b adalah konstan, x dan y adalah variabel, maka

1. a, b, x, dan y masing-masing adalah term.
2. $f(a)$, $f(b)$, $f(x)$, $f(y)$ masing-masing adalah term, karena f adalah fungsi uner.
3. $g(a,b)$, $g(y,x)$, $g(b,y)$, $g(x,x)$, adalah term, karena g adalah fungsi biner.
4. $g(a)$, $g(b)$, $g(x)$, $g(y)$ bukan term, karena g adalah fungsi biner.
5. $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(c))$ adalah term, karena $f(\cdots)$ sebuah term dan f adalah fungsi uner.
6. $g(a, f(x))$, $g(a, f(y))$, $g(f(b), f(y))$, $g(y, f(x))$ adalah term, karena a, y, dan $f(\cdots)$ adalah term dan g adalah fungsi biner.
7. $f(a,b)$, $f(x,y)$, $f(y, f(x))$ bukan term, karena f fungsi uner.
8. $g(a,b,x)$, $g(f(a), y, f(x))$, $g(y, f(a), g(x,b))$ bukan term, karena g fungsi biner.
9. $g(g(a,b), g(x,y))$, $g(f(a), f(f(x)))$, adalah term.
10. $g(f(a))$, $f(g(a))$, $g(x, f(x,y))$ bukan term karena f fungsi uner dan g fungsi biner.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2\ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s\,(0)$, $s\,(x)$, $s\,(y)$ adalah

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s\,(0)$, $s\,(x)$, $s\,(y)$ adalah term, $s\,(x, y)$, $s\,(0, x)$, $s\,(z, 2)$ bukan term.
3. $+\,(0)$, $+\,(x)$, $+\,(y)$

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s\,(0)$, $s\,(x)$, $s\,(y)$ adalah term, $s\,(x, y)$, $s\,(0, x)$, $s\,(z, 2)$ bukan term.
3. $+\,(0)$, $+\,(x)$, $+\,(y)$ bukan term, $+\,(1, 2)$, $+\,(1, s\,(x))$, $+\,(s\,(1)\,, s\,(0))$ adalah

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \dots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\dots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, . . . adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.
4. $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$, $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ adalah

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.
4. $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$, $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ adalah term, $\times(1, +(0))$, $\times(1)$, $\times(1, s(0), s(s(1)))$

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.
4. $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$, $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ adalah term, $\times(1, +(0))$, $\times(1)$, $\times(1, s(0), s(s(1)))$ bukan term.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2\ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, . . . adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.
4. $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$, $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ adalah term, $\times(1, +(0))$, $\times(1)$, $\times(1, s(0), s(s(1)))$ bukan term.

Term $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, dan $+(s(1), s(0))$ biasa ditulis dalam notasi *infix* berturut-turut sebagai $1 + 2$, $1 + s(x)$, dan $s(1) + s(0)$.

Contoh

Misalkan $0, 1, 2 \ldots$ adalah konstanta, x, y, z adalah variabel, s adalah fungsi uner, $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner, maka

1. 0, 1, 2, $\ldots$ adalah term, begitu pula dengan x, y, z.
2. $s(0)$, $s(x)$, $s(y)$ adalah term, $s(x, y)$, $s(0, x)$, $s(z, 2)$ bukan term.
3. $+(0)$, $+(x)$, $+(y)$ bukan term, $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, $+(s(1), s(0))$ adalah term.
4. $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$, $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ adalah term, $\times(1, +(0))$, $\times(1)$, $\times(1, s(0), s(s(1)))$ bukan term.

Term $+(1, 2)$, $+(1, s(x))$, dan $+(s(1), s(0))$ biasa ditulis dalam notasi *infix* berturut-turut sebagai $1 + 2$, $1 + s(x)$, dan $s(1) + s(0)$.

Term $\times(1, 2)$, $\times(+(1, 2), 0)$ dan $\times(+(1, 2), \times(s(0), s(1)))$ biasa ditulis dalam notasi *infix* berturut-turut sebagai 1×2, $(1 + 2) \times 0$, dan $(1 + 2) \times (s(0) \times s(1))$.

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1)

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$,

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$, (2) $2 \times f(x)$,

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$, (2) $2 \times f(x)$, (3) $f(x)$,

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$, (2) $2 \times f(x)$, (3) $f(x)$, (4) 1,

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$, (2) $2 \times f(x)$, (3) $f(x)$, (4) 1, (5) 2, dan (6)

Subterm

Subterm

1. Sebuah term t adalah subterm dari t itu sendiri.
2. Jika s dan t adalah dua term yang dipakai untuk membangun term u yang lebih kompleks, maka s dan t dikatakan subterm sejati (atau subterm murni) dari term u.
3. Subterm bersifat transitif: jika s subterm dari t dan t subterm dari u, maka s subterm dari u.

Contoh

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Misalkan t adalah term $1 + (2 \times f(x))$, maka subterm dari t adalah (1) $1 + (2 \times f(x))$, (2) $2 \times f(x)$, (3) $f(x)$, (4) 1, (5) 2, dan (6) x.

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi:

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$
- $f(1)$

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$
- $f(1)$
- 1

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$
- $f(1)$
- 1
- 2

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$
- $f(1)$
- 1
- 2
- x

Latihan

Misalkan 1 dan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, f adalah fungsi uner, serta $+$ dan $\times$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$.

Solusi: subterm dari $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$ adalah:

- $(1 + f(1)) \times ((1 + x) \times (y + 2))$
- $1 + f(1)$
- $(1 + x) \times (y + 2)$
- $1 + x$
- $y + 2$
- $f(1)$
- 1
- 2
- x
- y

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi:

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$
- $y * x$

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$
- $y * x$
- $s(x)$

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$
- $y * x$
- $s(x)$
- 2

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$
- $y * x$
- $s(x)$
- 2
- x

Latihan

Misalkan 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$ dan $*$ adalah fungsi biner. Tentukan semua subterm dari term $(2 - s(x)) + (y * x)$.

Solusi: subterm dari $(2 - s(x)) + (y * x)$ adalah:

- $(2 - s(x)) + (y * x)$
- $2 - s(x)$
- $y * x$
- $s(x)$
- 2
- x
- y

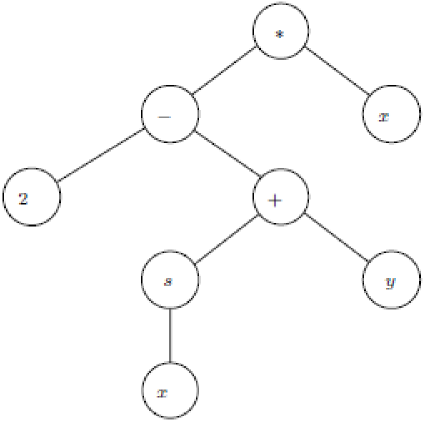
Pohon Urai (*Parse Tree*) untuk Term

Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu term dalam logika predikat.
Sebagai contoh, jika 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$, $*$ adalah fungsi biner, maka pohon urai untuk term $(2 - (s(x) + y)) * x$ adalah

Pohon Urai (*Parse Tree*) untuk Term

Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu term dalam logika predikat.

Sebagai contoh, jika 2 adalah konstanta, x dan y adalah variabel, s adalah fungsi uner, serta $-$, $+$, $*$ adalah fungsi biner, maka pohon urai untuk term $(2 - (s(x) + y)) * x$ adalah



Formula Logika Predikat

Formula Logika Predikat

Formula (atau kalimat) logika predikat dibentuk dari:

1. konstanta proposisi: T (benar) atau F (salah)
2. ekspresi $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ dengan $t_1, t_2, \ldots, t_n$ adalah term dan P adalah predikat n ari dengan $n \geq 1$
3. operator logika proposisi: $\neg, \wedge, \vee, \oplus, \rightarrow, \leftrightarrow$

dengan aturan sebagai berikut:

1. setiap ekspresi $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ yang terdefinisi dengan baik adalah formula logika predikat,
2. apabila A dan B adalah dua formula logika predikat, maka $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \oplus B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$, masing-masing juga merupakan formula logika predikat,
3. apabila A adalah formula logika predikat dan x adalah variabel, maka $\forall x\ A$ maupun $\exists x\ A$ keduanya adalah formula logika predikat.

Beberapa Contoh Formula Logika Predikat

Contoh

Berdasarkan definisi formula logika predikat, jika P, Q, R, S, adalah predikat, maka kita dapat mengetahui bahwa

1. $\forall x P(x) \wedge Q(x)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $(\forall x P(x)) \wedge Q(x)$, variabel x pada $Q(x)$ merupakan variabel bebas.
2. $\exists \forall x P(x) \vee Q(x,y)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $\exists \forall x$ tidak terdefinisi).
3. $\forall x \exists P(x \to Q(x))$

Beberapa Contoh Formula Logika Predikat

Contoh

Berdasarkan definisi formula logika predikat, jika P, Q, R, S, adalah predikat, maka kita dapat mengetahui bahwa

1. $\forall x P(x) \wedge Q(x)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $(\forall x P(x)) \wedge Q(x)$, variabel x pada $Q(x)$ merupakan variabel bebas.
2. $\exists \forall x P(x) \vee Q(x, y)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $\exists \forall x$ tidak terdefinisi).
3. $\forall x \exists P(x \rightarrow Q(x))$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $\exists P$ tidak terdefinisi).
4. $\forall x \exists y \ (P(x, y) \rightarrow S(y, y))$

Beberapa Contoh Formula Logika Predikat

Contoh

Berdasarkan definisi formula logika predikat, jika P, Q, R, S, adalah predikat, maka kita dapat mengetahui bahwa

1. $\forall x P(x) \wedge Q(x)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $(\forall x P(x)) \wedge Q(x)$, variabel x pada $Q(x)$ merupakan variabel bebas.
2. $\exists \forall x P(x) \vee Q(x, y)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $\exists \forall x$ tidak terdefinisi).
3. $\forall x \exists P(x \rightarrow Q(x))$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $\exists P$ tidak terdefinisi).
4. $\forall x \exists y\ (P(x, y) \rightarrow S(y, y))$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\forall x (\exists y\ (P(x, y) \rightarrow S(y, y)))$.

Contoh

5. $\exists x \forall y \left(S\left(x, z\right) \wedge S\left(y, x\right)\right)$

Contoh

5. $\exists x \forall y \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\exists x \left(\forall y \ \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)\right)$, variabel z pada $S\left(x,z\right)$ merupakan variabel bebas.
6. $\forall x \forall y \left(P\left(x,y\right) \vee Q\right)$

Contoh

5. $\exists x \forall y \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\exists x \left(\forall y \;\; \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)\right)$, variabel z pada $S\left(x,z\right)$ merupakan variabel bebas.
6. $\forall x \forall y \left(P\left(x,y\right) \vee Q\right)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk Q saja tidak terdefinisi).
7. $\forall z \exists y \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y\right)\right)$

Contoh

5. $\exists x \forall y \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\exists x \left(\forall y \;\left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)\right)$, variabel z pada $S\left(x,z\right)$ merupakan variabel bebas.
6. $\forall x \forall y \left(P\left(x,y\right) \vee Q\right)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk Q saja tidak terdefinisi).
7. $\forall z \exists y \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\forall z \left(\exists y \;\left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y\right)\right)\right)$, variabel x pada $P\left(x\right)$ merupakan variabel bebas.
8. $P\left(x\right) \wedge \left(Q\left(x,y\right) \rightarrow \exists R\left(R\left(x\right)\right)\right)$

Contoh

5. $\exists x \forall y \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\exists x \left(\forall y \ \left(S\left(x,z\right) \wedge S\left(y,x\right)\right)\right)$, variabel z pada $S\left(x,z\right)$ merupakan variabel bebas.
6. $\forall x \forall y \left(P\left(x,y\right) \vee Q\right)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk Q saja tidak terdefinisi).
7. $\forall z \exists y \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y\right)\right)$ adalah formula logika predikat, formula ini dapat ditulis sebagai $\forall z \left(\exists y \ \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y\right)\right)\right)$, variabel x pada $P\left(x\right)$ merupakan variabel bebas.
8. $P\left(x\right) \wedge \left(Q\left(x,y\right) \rightarrow \exists R\left(R\left(x\right)\right)\right)$ bukan formula logika predikat (karena bentuk $R\left(R\left(x\right)\right)$ tidak terdefinisi).

Latihan

Misalkan x dan y adalah variabel, a dan b adalah konstanta pada suatu domain, f adalah fungsi uner pada suatu domain, g adalah fungsi biner pada suatu domain, P adalah predikat uner, dan Q adalah predikat biner. Periksa apakah ekspresi-ekpresi berikut merupakan formula dalam logika predikat.

1. $\forall x P\left(g\left(f\left(a\right), x\right)\right)$
2. $\exists x \forall y \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y, y\right)\right)$.
3. $\exists x \left(Q\left(x\right) \rightarrow P\left(x, y\right)\right)$.
4. $Q\left(a, g\left(f\left(a\right), f\left(b\right)\right)\right)$.
5. $P\left(a, f\left(x\right)\right)$.
6. $g\left(x, y\right) \rightarrow f\left(a\right)$.
7. $\exists x \forall y \left(f\left(x\right) \rightarrow g\left(x, y\right)\right)$.
8. $\forall x \left(P\left(x\right) \rightarrow g\left(a, f\left(x\right)\right)\right)$.
9. $\exists y \left(Q\left(y, y\right) \leftrightarrow P\left(y\right)\right)$.
10. $\exists y \exists x \left(Q\left(y, x\right) \wedge P\left(g\left(x, y\right)\right) \rightarrow P\left(a\right)\right)$.

Latihan

Misalkan x dan y adalah variabel, a dan b adalah konstanta pada suatu domain, f adalah fungsi uner pada suatu domain, g adalah fungsi biner pada suatu domain, P adalah predikat uner, dan Q adalah predikat biner. Periksa apakah ekspresi-ekpresi berikut merupakan formula dalam logika predikat.

1. $\forall x P\left(g\left(f\left(a\right), x\right)\right)$ Formula logika predikat.
2. $\exists x \forall y \left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(y, y\right)\right)$. Formula logika predikat.
3. $\exists x \left(Q\left(x\right) \rightarrow P\left(x, y\right)\right)$. Bukan formula logika predikat.
4. $Q\left(a, g\left(f\left(a\right), f\left(b\right)\right)\right)$. Formula logika predikat.
5. $P\left(a, f\left(x\right)\right)$. Bukan formula logika predikat.
6. $g\left(x, y\right) \rightarrow f\left(a\right)$. Bukan formula logika predikat.
7. $\exists x \forall y \left(f\left(x\right) \rightarrow g\left(x, y\right)\right)$. Bukan formula logika predikat.
8. $\forall x \left(P\left(x\right) \rightarrow g\left(a, f\left(x\right)\right)\right)$. Bukan formula logika predikat.
9. $\exists y \left(Q\left(y, y\right) \leftrightarrow P\left(y\right)\right)$. Formula logika predikat.
10. $\exists y \exists x \left(Q\left(y, x\right) \wedge P\left(g\left(x, y\right)\right) \rightarrow P\left(a\right)\right)$. Formula logika predikat.

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \; (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \; (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (2)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \ \left(P\left(x\right) \wedge Q\left(y, z\right) \rightarrow R\left(x, z\right)\right)$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \ \left(P\left(x\right) \wedge Q\left(y, z\right) \rightarrow R\left(x, z\right)\right)$, (2) $\exists y \ \left(P\left(x\right) \wedge Q\left(y, z\right) \rightarrow R\left(x, z\right)\right)$, (3)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (2) $\exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (3) $P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z)$, (4)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (2) $\exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (3) $P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z)$, (4) $P(x) \wedge Q(y,z)$, (5)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y,z) \to R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y,z) \to R(x,z))$, (2) $\exists y\ (P(x) \wedge Q(y,z) \to R(x,z))$, (3) $P(x) \wedge Q(y,z) \to R(x,z)$, (4) $P(x) \wedge Q(y,z)$, (5) $P(x)$, (6)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \; (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \; (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (2) $\exists y \; (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (3) $P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z)$, (4) $P(x) \wedge Q(y,z)$, (5) $P(x)$, (6) $Q(y,z)$, dan (7)

Subformula

Definisi subformula pada logika predikat sama dengan definisi subformula pada logika proposisi.

Subformula

1. Sebuah formula A adalah subformula dari A itu sendiri.
2. Jika A dan B adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula C yang lebih kompleks, maka A dan B dikatakan subformula sejati (atau subformula murni) dari C.
3. Subformula bersifat transitif: jika A subformula dari B dan B subformula dari C, maka A subformula dari C.

Contoh

Misalkan A adalah formula $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, maka subformula dari A adalah (1) $\forall x \exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (2) $\exists y \ (P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z))$, (3) $P(x) \wedge Q(y,z) \rightarrow R(x,z)$, (4) $P(x) \wedge Q(y,z)$, (5) $P(x)$, (6) $Q(y,z)$, dan (7) $R(x,z)$.

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y \; (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$.

Solusi:

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$ adalah:

- $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \to B\left(x,m\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \to B\left(x,m\right)\right)$ adalah:

- $\forall x \forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \to B\left(x,m\right)\right)$
- $\forall y\ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \to B\left(x,m\right)\right)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$ adalah:

- $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$
- $\forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$
- $F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y \ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y \ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$ adalah:

- $\forall x \forall y \ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$
- $\forall y \ \left(F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)\right)$
- $F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right) \rightarrow B\left(x,m\right)$
- $F\left(x,m\right) \wedge S\left(y,x\right)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y\ \left(F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)\right)$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y\ \left(F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)\right)$ adalah:

- $\forall x \forall y\ \left(F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)\right)$
- $\forall y\ \left(F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)\right)$
- $F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)$
- $F(x,m) \wedge S(y,x)$
- $F(x,m)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y\ \left(F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right) \rightarrow B\left(x, m\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y\ \left(F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right) \rightarrow B\left(x, m\right)\right)$ adalah:

- $\forall x \forall y\ \left(F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right) \rightarrow B\left(x, m\right)\right)$
- $\forall y\ \left(F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right) \rightarrow B\left(x, m\right)\right)$
- $F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right) \rightarrow B\left(x, m\right)$
- $F\left(x, m\right) \wedge S\left(y, x\right)$
- $F\left(x, m\right)$
- $S\left(y, x\right)$

Latihan

Misalkan m adalah sebuah konstanta pada domain yang ditinjau. Tentukan semua subformula dari formula $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$.

Solusi: subformula dari $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$ adalah:

- $\forall x \forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$
- $\forall y \ (F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m))$
- $F(x,m) \wedge S(y,x) \rightarrow B(x,m)$
- $F(x,m) \wedge S(y,x)$
- $F(x,m)$
- $S(y,x)$
- $B(x,m)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$.

Solusi:

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$
- $\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$
- $\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$
- $\exists z\ P(y,z)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$
- $\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$
- $\exists z \ P(y,z)$
- $\forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$
- $\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$
- $\exists z\ P(y,z)$
- $\forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$
- $\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$
- $\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$
- $\exists z \ P(y,z)$
- $\forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$
- $\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)$
- $\exists z \ \neg P(y,z)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$ adalah:

- $\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$
- $\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)$
- $\exists z\ P\left(y,z\right)$
- $\forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)$
- $\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)$
- $\exists z\ \neg P\left(y,z\right)$
- $\neg P\left(y,z\right)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x \ (\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)))$
- $\exists z \ P(y,z) \wedge \forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$
- $\exists z \ P(y,z)$
- $\forall y \ (\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z))$
- $\neg Q(y,x) \vee \exists z \ \neg P(y,z)$
- $\exists z \ \neg P(y,z)$
- $\neg P(y,z)$
- $\neg Q(y,x)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$ adalah:

- $\exists x\ (\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)))$
- $\exists z\ P(y,z) \wedge \forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$
- $\exists z\ P(y,z)$
- $\forall y\ (\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z))$
- $\neg Q(y,x) \vee \exists z\ \neg P(y,z)$
- $\exists z\ \neg P(y,z)$
- $\neg P(y,z)$
- $\neg Q(y,x)$
- $P(y,z)$

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula
$\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$.

Solusi: subformula dari $\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$ adalah:

- $\exists x\ \left(\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)\right)$
- $\exists z\ P\left(y,z\right) \wedge \forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)$
- $\exists z\ P\left(y,z\right)$
- $\forall y\ \left(\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)\right)$
- $\neg Q\left(y,x\right) \vee \exists z\ \neg P\left(y,z\right)$
- $\exists z\ \neg P\left(y,z\right)$
- $\neg P\left(y,z\right)$
- $\neg Q\left(y,x\right)$
- $P\left(y,z\right)$
- $Q\left(y,x\right)$

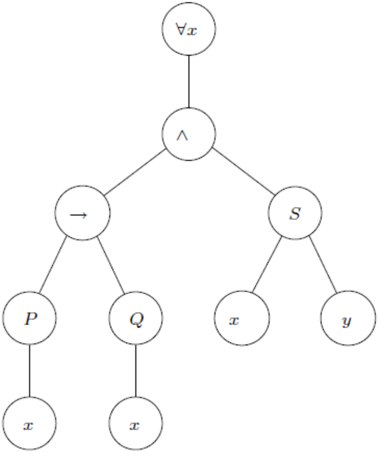
Pohon Urai (*Parse Tree*) untuk Formula

Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu formula logika predikat.
Sebagai contoh, pohon urai untuk formula $\forall x \ ((P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge S(x, y))$ adalah

Pohon Urai (*Parse Tree*) untuk Formula

Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu formula logika predikat.

Sebagai contoh, pohon urai untuk formula $\forall x \ \left(\left(P\left(x\right) \rightarrow Q\left(x\right)\right) \wedge S\left(x, y\right)\right)$ adalah



Latihan

Misalkan x, y, z adalah variabel, a adalah konstanta, f adalah fungsi uner, dan B, E, M, S adalah predikat. Gambarkan pohon urai (*parse tree*) untuk formula-formula berikut

1. $\forall x \exists y \ \left(M\left(x,y\right) \wedge \forall z \ \left(M\left(z,y\right)\right) \rightarrow E\left(x,z\right)\right)$.
2. $\forall x \exists y \forall z \ \left(M\left(x,y\right) \wedge \left(M\left(z,y\right) \rightarrow E\left(x,z\right)\right)\right)$.
3. $\forall x \left(\exists y \ S\left(x, f\left(y\right)\right) \rightarrow B\left(x, f\left(a\right)\right)\right)$.