Relasi: Definisi dan Representasi

Kuliah Matematika Diskret Semester Genap 2022-2023

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

Februari 2023

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

1. *Discrete Mathematics and Its Applications*, Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
2. *Discrete Mathematics with Applications* , Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
3. *Mathematics for Computer Science*. MIT, 2010, oleh E. Lehman, F. T. Leighton, A. R. Meyer.
4. *Slide* kuliah Matematika Diskret 2 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
5. *Slide* kuliah Matematika Diskrit di Telkom University oleh B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke `<pleasedontspam>@telkomuniversity.ac.id`.

Bahasan

Bahasan

Produk Kartesius

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, produk kartesius/ hasil kali kartesius (*cartesian product*) dari A dan B dinotasikan dengan $A \times B$ dan didefinisikan sebagai $A \times B := \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$. Dalam hal ini (a, b) disebut sebagai pasangan terurut (*ordered pair*) atau 2 tupel.

Definisi

Pasangan terurut (a, b) dan (c, d) dikatakan sama jika & hanya jika (jikka) $a = c$ **dan** $b = d$.

Contoh

Apabila $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{a, b, c\}$ maka

$$A \times B \quad =$$

Produk Kartesius

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, produk kartesius/ hasil kali kartesius (*cartesian product*) dari A dan B dinotasikan dengan $A \times B$ dan didefinisikan sebagai $A \times B := \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$. Dalam hal ini (a, b) disebut sebagai pasangan terurut (*ordered pair*) atau 2 tupel.

Definisi

Pasangan terurut (a, b) dan (c, d) dikatakan sama jika & hanya jika (jikka) $a = c$ **dan** $b = d$.

Contoh

Apabila $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{a, b, c\}$ maka

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\} \text{ dan} \\ B \times A &= \end{aligned}$$

Produk Kartesius

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, produk kartesius/ hasil kali kartesius (*cartesian product*) dari A dan B dinotasikan dengan $A \times B$ dan didefinisikan sebagai $A \times B := \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$. Dalam hal ini (a,b) disebut sebagai pasangan terurut (*ordered pair*) atau 2 tupel.

Definisi

Pasangan terurut (a,b) dan (c,d) dikatakan sama jika & hanya jika (jikka) $a = c$ **dan** $b = d$.

Contoh

Apabila $A = \{1,2\}$ dan $B = \{a,b,c\}$ maka

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)\} \text{ dan} \\ B \times A &= \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,1),(c,2)\}. \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa $A \times B \neq B \times A$, akibatnya operasi produk kartesius tidak komutatif.

Beberapa Teorema Penting

Teorema

Untuk himpunan A dan B berlaku

1. $(a, b) \in A \times B \Leftrightarrow (a \in A) \wedge (b \in B)$,
2. $(a, b) \in A \times B \Leftrightarrow (b, a) \in B \times A$,
3. $A = \emptyset \Rightarrow A \times B = B \times A = \emptyset$,
4. $A \times B = B \times A \Leftrightarrow (A = B) \vee (A = \emptyset) \vee (B = \emptyset)$.

Bukti

Latihan.

Teorema

Misalkan A dan B adalah dua himpunan berhingga, maka

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|,$$

dengan $|A|, |B|, |A \times B|$ berturut-turut menyatakan kardinalitas dari himpunan A, B, dan $A \times B$.

Bukti

Latihan.

Teorema

Jika $A_1, A_2, \ldots, A_n$ adalah himpunan-himpunan berhingga, maka

$$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \cdots \cdot |A_n|,$$

dengan $|A_i|$ menyatakan kardinalitas dari himpunan A_i untuk $1 \leq i \leq n$ dan $|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n|$ menyatakan kardinalitas dari himpunan $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$.

Bukti

Latihan.

Bahasan

Definisi Relasi Biner

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, relasi biner dari A ke B merupakan himpunan bagian dari $A \times B$.

- Apabila R merupakan relasi dari A ke B, $a \in A$, dan $b \in B$, maka aRb merupakan notasi yang menyatakan bahwa $(a, b) \in R$.
- Dengan perkataan lain aRb mengatakan bahwa a berelasi dengan b. Perhatikan bahwa $a \in A$ dan $b \in B$.
- Selanjutnya $a \not R b$ atau $a \bar{R} b$ atau $\neg (aRb)$ merupakan notasi yang menyatakan bahwa $(a, b) \notin R$, atau dengan perkataan lain a tidak berelasi dengan b.
- Relasi pada himpunan A merupakan relasi dari A ke A. Oleh karena itu relasi pada himpunan A merupakan himpunan bagian dari $A \times A$.

Definisi Domain dan Range untuk Relasi

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan dan R adalah relasi dari A ke B. Daerah asal (domain) dari relasi R, dinotasikan dengan $\mathrm{dom}\,(R)$, didefinisikan sebagai himpunan

$$\mathrm{dom}\,(R) := \{a \in A \mid \text{terdapat } b \in B \text{ yang memenuhi } aRb\}.$$
$$\mathrm{dom}\,(R) := \{a \in A \mid \exists b \in B\,(aRb)\}.$$

Dengan perkataan lain $\mathrm{dom}\,(R)$ merupakan himpunan seluruh elemen himpunan A yang berelasi dengan setidaknya satu elemen himpunan B.
Selanjutnya daerah jelajah (*range*) dari relasi R, dinotasikan dengan $\mathrm{ran}\,(R)$, didefinisikan sebagai himpunan

$$\mathrm{ran}\,(R) := \{b \in B \mid \text{terdapat } a \in A \text{ yang memenuhi } aRb\}.$$
$$\mathrm{ran}\,(R) := \{b \in B \mid \exists a \in A\,(aRb)\}.$$

Dengan perkataan lain $\mathrm{ran}\,(R)$ merupakan himpunan seluruh elemen himpunan B yang berelasi dengan setidaknya satu elemen himpunan A.

Contoh Relasi Biner, Domain, dan Rangenya

Contoh

Misalkan $A = \{Alex, Ben, Cathy\}$ adalah himpunan mahasiswa dan $B = \{MD, K, SD, MRV\}$ adalah himpunan mata kuliah (Matematika Diskret, Kalkulus, Struktur Data, dan Matriks & Ruang Vektor). Kita memiliki

$$A \times B = \left\{ \vphantom{\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array}} \right.$$

Contoh Relasi Biner, Domain, dan Rangenya

Contoh

Misalkan $A = \{Alex, Ben, Cathy\}$ adalah himpunan mahasiswa dan $B = \{MD, K, SD, MRV\}$ adalah himpunan mata kuliah (Matematika Diskret, Kalkulus, Struktur Data, dan Matriks & Ruang Vektor). Kita memiliki

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), (Alex, SD), (Alex, MRV), \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Contoh Relasi Biner, Domain, dan Rangenya

Contoh

Misalkan $A = \{Alex, Ben, Cathy\}$ adalah himpunan mahasiswa dan $B = \{MD, K, SD, MRV\}$ adalah himpunan mata kuliah (Matematika Diskret, Kalkulus, Struktur Data, dan Matriks & Ruang Vektor). Kita memiliki

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), (Alex, SD), (Alex, MRV), \\ (Ben, MD), (Ben, K), (Ben, SD), (Ben, MRV), \\ \end{array} \right.$$

Contoh Relasi Biner, Domain, dan Rangenya

Contoh

Misalkan $A = \{Alex, Ben, Cathy\}$ adalah himpunan mahasiswa dan $B = \{MD, K, SD, MRV\}$ adalah himpunan mata kuliah (Matematika Diskret, Kalkulus, Struktur Data, dan Matriks & Ruang Vektor). Kita memiliki

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), (Alex, SD), (Alex, MRV), \\ (Ben, MD), (Ben, K), (Ben, SD), (Ben, MRV), \\ (Cathy, MD), (Cathy, K), (Cathy, SD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: "mahasiswa x mengambil mata kuliah y" dan kita memiliki fakta-fakta berikut: Alex mengambil mata kuliah MD dan K, Ben mengambil mata kuliah MD dan SD, Cathy mengambil mata kuliah MD dan MRV.

Maka

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), \\ (Ben, MD), (Ben, SD), \\ (Cathy, MD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

- Tinjau bahwa $R \subseteq A \times B$.
- $\mathrm{dom}(R) =$

Maka

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), \\ (Ben, MD), (Ben, SD), \\ (Cathy, MD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

- Tinjau bahwa $R \subseteq A \times B$.
- $\mathrm{dom}(R) = \{Alex, Ben, Cathy\} = A$.
- $\mathrm{ran}(R) =$

Maka

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), \\ (Ben, MD), (Ben, SD), \\ (Cathy, MD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

- Tinjau bahwa $R \subseteq A \times B$.
- $\mathrm{dom}\,(R) = \{Alex, Ben, Cathy\} = A$.
- $\mathrm{ran}\,(R) = \{MD, K, SD, MRV\} = B$.
-

Maka

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), \\ (Ben, MD), (Ben, SD), \\ (Cathy, MD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

- Tinjau bahwa $R \subseteq A \times B$.
- $\mathrm{dom}(R) = \{Alex, Ben, Cathy\} = A$.
- $\mathrm{ran}(R) = \{MD, K, SD, MRV\} = B$.
- $(Alex, MD) \in R$ atau $Alex\ R\ MD$.
-

Maka

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Alex, MD), (Alex, K), \\ (Ben, MD), (Ben, SD), \\ (Cathy, MD), (Cathy, MRV) \end{array} \right\}.$$

- Tinjau bahwa $R \subseteq A \times B$.
- $\mathrm{dom}(R) = \{Alex, Ben, Cathy\} = A$.
- $\mathrm{ran}(R) = \{MD, K, SD, MRV\} = B$.
- $(Alex, MD) \in R$ atau $Alex\ R\ MD$.
- $(Alex, MRV) \notin R$ atau $Alex \not R\ MRV$ atau $Alex\ \bar{R}\ MRV$ atau $\neg (Alex\ R\ MRV)$.

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\mathrm{dom}(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\mathrm{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\mathrm{ran}(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\operatorname{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\operatorname{ran}(R) = \{x, y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{$$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\mathrm{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\mathrm{ran}(R) = \{x, y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{ (2, 2), (2, 4), (2, 8),$$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\operatorname{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\operatorname{ran}(R) = \{x, y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{ (2, 2), (2, 4), (2, 8), (3, 9), (3, 15),$$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\mathrm{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\mathrm{ran}(R) = \{x, y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (2, 8), (3, 9), (3, 15), (4, 4), (4, 8)\}.$$

- $\mathrm{dom}(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{x, y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1, x), (2, x), (2, y)\}$, maka $\mathrm{dom}(R) = \{1, 2\} = A$ dan $\mathrm{ran}(R) = \{x, y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (2, 8), (3, 9), (3, 15), (4, 4), (4, 8)\}.$$

- $\mathrm{dom}(R) = \{2, 3, 4\} = A$.
- $\mathrm{ran}(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{1,2\}$ dan $B = \{x,y\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi $R = \{(1,x),(2,x),(2,y)\}$, maka $\operatorname{dom}(R) = \{1,2\} = A$ dan $\operatorname{ran}(R) = \{x,y\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2,3,4\}$ dan $B = \{2,4,8,9,15\}$. Misalkan R adalah relasi dari A ke B dengan definisi: aRb jikka a habis membagi b, untuk $a \in A$ dan $b \in B$. Maka

$$R = \{(2,2),(2,4),(2,8),(3,9),(3,15),(4,4),(4,8)\}.$$

- $\operatorname{dom}(R) = \{2,3,4\} = A$.
- $\operatorname{ran}(R) = \{2,4,8,9,15\} = B$.

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{$$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{\, (2, 2)\, , (2, 4)\, , (2, 8)\, ,$$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{\,(2,2)\,,(2,4)\,,(2,8)\,,\,(3,3)\,,(3,9)\}\,.$$

- $\mathrm{dom}\,(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{\,(2,2)\,, (2,4)\,, (2,8)\,,\ (3,3)\,, (3,9)\}\,.$$

- $\mathrm{dom}\,(R) = \ \{2, 3\}$, jelas bahwa $\mathrm{dom}\,(R) \subset A$.
- $\mathrm{ran}\,(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,3), (3,9)\}.$$

- $\mathrm{dom}\,(R) = \{2, 3\}$, jelas bahwa $\mathrm{dom}\,(R) \subset A$.
- $\mathrm{ran}\,(R) = \{2, 3, 4, 8, 9\} = A$.

Contoh

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ dengan definisi:

untuk $a, b \in \mathbb{Z}$, maka aRb jikka $a = b^2$.

Maka

- $\mathrm{dom}\,(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{\,(2,2)\,,(2,4)\,,(2,8)\,,\,(3,3)\,,(3,9)\}\,.$$

- $\mathrm{dom}\,(R) = \{2, 3\}$, jelas bahwa $\mathrm{dom}\,(R) \subset A$.
- $\mathrm{ran}\,(R) = \{2, 3, 4, 8, 9\} = A$.

Contoh

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ dengan definisi:

untuk $a, b \in \mathbb{Z}$, maka aRb jikka $a = b^2$.

Maka

- $\mathrm{dom}\,(R) = \left\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}\right\}$.
- $\mathrm{ran}\,(R) =$

Contoh

Misalkan $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dan R adalah relasi pada A dengan definisi: aRb jikka a adalah faktor prima dari b, untuk $a, b \in A$. Maka

$$R = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,3), (3,9)\}.$$

- $\operatorname{dom}(R) = \{2, 3\}$, jelas bahwa $\operatorname{dom}(R) \subset A$.
- $\operatorname{ran}(R) = \{2, 3, 4, 8, 9\} = A$.

Contoh

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ dengan definisi:

$$\text{untuk } a, b \in \mathbb{Z}, \text{ maka } aRb \text{ jikka } a = b^2.$$

Maka

- $\operatorname{dom}(R) = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}\}$.
- $\operatorname{ran}(R) = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{Z}$.

Bahasan

Representasi Relasi atas Himpunan Berhingga

Ketika relasi yang kita tinjau adalah relasi atas himpunan berhingga, maka relasi tersebut dapat direpresentasikan dengan:

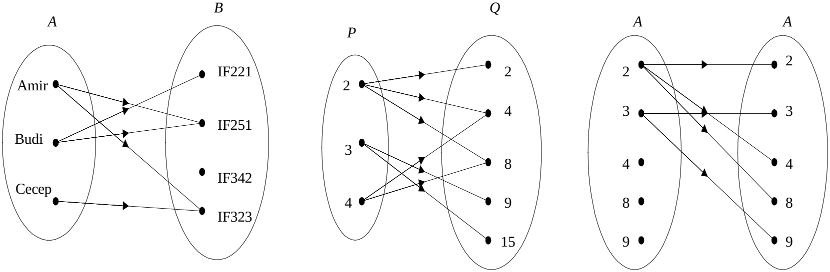
1. diagram panah (sebagaimana yang pernah dipelajari di sekolah menengah),
2. tabel,
3. matriks,
4. digraf (graf berarah).

Representasi Relasi dengan Diagram Panah

Misalkan kita memiliki relasi-relasi berikut:

1. R_1 adalah relasi dari $A = \{Amir, Budi, Cecep\}$ ke $B = \{IF221, IF251, IF342, IF323\}$ dengan
$$R_1 = \left\{ \begin{array}{c} (Amir, IF251), (Amir, IF323), \\ (Budi, IF221), (Budi, IF251), (Cecep, IF323) \end{array} \right\}.$$
2. R_2 adalah relasi dari $P = \{2, 3, 4\}$ ke $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$ dengan $R_2 = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,9), (3,15), (4,4), (4,8)\}$.
3. R_3 adalah relasi pada $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$ dengan $R_3 = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,3), (3,9)\}$.

Diagram panah dari R_1, R_2, dan R_3 dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Representasi Relasi dengan Tabel

Misalkan R_2 adalah relasi dari P ke Q yang telah didefinisikan sebelumnya (lihat pada representasi relasi dengan diagram panah), maka R_2 dapat direpresentasikan dengan tabel berikut.

$\text{dom}(R_2)$	$\text{ran}(R_2)$
2	2
2	4
2	8
3	9
3	15
4	4
4	8

Matriks Representasi Relasi

Definisi

Misalkan $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ dan $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ adalah dua himpunan yang keduanya tak kosong dan R merupakan relasi dari A ke B. Relasi R dapat direpresentasikan menggunakan matriks $\mathbf{M}_R$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$\mathbf{M}_R = [m_{ij}] \text{, dengan } m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } (a_i, b_j) \in R \\ 0, & \text{jika } (a_i, b_j) \notin R. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}_R = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & \cdots & \cdots & b_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \cdots & \cdots & m_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

$\mathbf{M}_R$ selanjutnya disebut sebagai matriks representasi untuk R.

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi:

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2,1), (3,1), (3,2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \Bigg[$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \left[\begin{array}{cc} 0 & \\ & \\ & \end{array} \right.$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2,1), (3,1), (3,2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ & \\ & \end{array} \right.$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \left[\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 1 & \\ & \end{array}\right.$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ & \end{bmatrix}$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1,2,3\}$, $B = \{1,2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2,1), (3,1), (3,2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & \end{bmatrix}$$

Contoh Matriks Representasi Relasi

Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, dan R adalah relasi dari A ke B yang didefinisikan sebagai berikut: aRb jikka $a > b$. Tentukan matriks representasi untuk R apabila $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 1, b_2 = 2$.

Solusi: $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$, akibatnya matriks representasi untuk R adalah

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Definisi Digraf (Graf Berarah)

Definisi

Graf berarah (atau digraf) adalah suatu graf yang memuat himpunan simpul (titik/ *vertex*) V dan himpunan E yang terdiri atas pasangan terurut dari V yang disebut dengan sisi (garis/ *edge*/ *arc*). Simpul a disebut sebagai simpul awal (*initial vertex*) dari sisi (a, b), dan simpul b disebut sebagai simpul terminal/ simpul tujuan (*terminal vertex*) dari sisi (a, b). Suatu sisi yang berbentuk (a, a) dikatakan sebagai suatu gelang (*loop*).

Digraf hanya dapat digunakan untuk merepresentasikan relasi pada suatu himpunan A, relasi dari A ke B dengan $A \neq B$ tidak dapat direpresentasikan dengan digraf.

Latihan

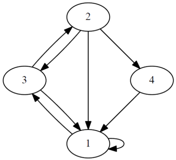
Gambarlah digraf yang merepresentasikan relasi
$R = \{(1,1),(1,3),(2,1),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(4,1)\}$ pada $\{1,2,3,4\}$.

Solusi:

Latihan

Gambarlah digraf yang merepresentasikan relasi
$R = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (4,1)\}$ pada $\{1, 2, 3, 4\}$.

Solusi:



Graf Berarah untuk Relasi R

Latihan

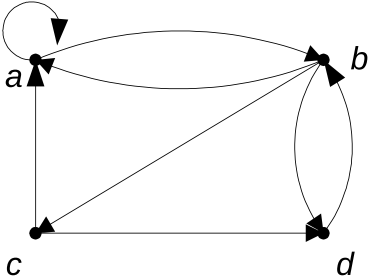
Gambarlah digraf yang merepresentasikan relasi $R = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,d), (d,b)\}$ pada $\{a,b,c,d\}$.

Solusi:

Latihan

Gambarlah digraf yang merepresentasikan relasi
$R = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,d), (d,b)\}$ pada $\{a,b,c,d\}$.

Solusi:



Bahasan

Operasi Himpunan untuk Relasi

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, R, R_1, dan R_2 merupakan relasi dari A ke B. Kita mendefinisikan

1. $R_1 \cup R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \in R_1$ atau $(a,b) \in R_2\}$.
   $R_1 \cup R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (aR_1b) \vee (aR_2b)\}$.
2. $R_1 \cap R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \in R_1$ dan $(a,b) \in R_2\}$.
   $R_1 \cap R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (aR_1b) \wedge (aR_2b)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 =$
   $\{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \in R_1$ atau $(a,b) \in R_2$, tapi tak keduanya$\}$.
   $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \in R_1 \oplus (a,b) \in R_2\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \in R_1$ dan $(a,b) \notin R_2\}$.
   $R_1 \setminus R_2 = \{(a,b) \in A \times B \mid (aR_1b) \wedge \neg (aR_2b)\}$.
5. $\neg R = \{(a,b) \in A \times B \mid (a,b) \notin R\}$. $\neg R$ juga dinotasikan dengan $\bar{R}$
   $\neg R = \{(a,b) \in A \times B \mid \neg (aRb)\}$.
6. $R^{-1} = \{(b,a) \in B \times A \mid (a,b) \in R\}$.

Latihan

Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$. Apabila R_1 dan R_2 keduanya adalah relasi dari A ke B dengan:

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \\ R_2 &= \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} \end{aligned}$$

Tentukan:

1. $R_1 \cap R_2$
2. $R_1 \cup R_2$
3. $R_1 \oplus R_2$
4. $R_1 \setminus R_2$
5. $R_2 \setminus R_1$
6. $\neg R_1$ atau $\bar{R}_1$
7. R_2^{-1}.

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 = \{(b,b),(c,c)\}$.
5. $R_2 \setminus R_1 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 = \{(b,b),(c,c)\}$.
5. $R_2 \setminus R_1 = \{(a,b),(a,c),(a,d)\}$.
6. $\neg R_1 = \bar{R}_1 =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a), (b,b), (c,c)\} \cap \{(a,a), (a,b), (a,c), (a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a), (a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (c,c)\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 = \{(b,b), (c,c)\}$.
5. $R_2 \setminus R_1 = \{(a,b), (a,c), (a,d)\}$.
6. $\neg R_1 = \bar{R}_1 = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,b), (c,d)\}$.
7. $R_2^{-1} =$

Solusi:

1. $R_1 \cap R_2 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \cap \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d)\} = \{(a,a)\}$.
2. $R_1 \cup R_2 = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
3. $R_1 \oplus R_2 = \{(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c)\}$.
4. $R_1 \setminus R_2 = \{(b,b),(c,c)\}$.
5. $R_2 \setminus R_1 = \{(a,b),(a,c),(a,d)\}$.
6. $\neg R_1 = \bar{R}_1 = \{(a,b),(a,c),(a,d),(b,a),(b,c),(b,d),(c,a),(c,b),(c,d)\}$.
7. $R_2^{-1} = \{(a,a),(b,a),(c,a),(d,a)\}$.

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow$ $(x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **atau** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$.

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **atau** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x,y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x,y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg (x > y) \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg (x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg(x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg (x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **atau** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x,y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x,y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x,y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg(x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x,y) \in R_1 \oplus R_2$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **atau** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x,y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x,y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x,y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg(x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x,y) \in R_1 \oplus R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1 \cup R_2$ **dan** $(x,y) \notin R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **atau** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x,y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x,y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x,y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1$ **dan** $(x,y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg(x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x,y) \in R_1 \oplus R_2 \Leftrightarrow (x,y) \in R_1 \cup R_2$ **dan** $(x,y) \notin R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow x \neq y$ **dan** $(x,y) \notin \emptyset \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg(x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x, y) \in R_1 \oplus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1 \cup R_2$ **dan** $(x, y) \notin R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow x \neq y$ **dan** $(x, y) \notin \emptyset \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \oplus R_2 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg (x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x, y) \in R_1 \oplus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1 \cup R_2$ **dan** $(x, y) \notin R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow x \neq y$ **dan** $(x, y) \notin \emptyset \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \oplus R_2 = R_1 \cup R_2 =$

Latihan

Misalkan R_1 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_1y jikka $x < y$. Kemudian misalkan pula R_2 adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xR_2y jikka $x > y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, dan $R_1 \oplus R_2$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R_1 \cup R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **atau** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **atau** $x > y \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x > y$. Karena tidak mungkin ada $x, y \in \mathbb{R}$ dengan sifat $x < y$ dan $x > y$ sekaligus, maka $R_1 \cap R_2 = \emptyset$.
3. $(x, y) \in R_1 \setminus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1$ **dan** $(x, y) \notin R_2 \Leftrightarrow x < y$ **dan** $\neg (x > y) \Leftrightarrow x < y$ **dan** $x \leq y \Leftrightarrow x < y$. Jadi $R_1 \setminus R_2 = R_1$.
4. Dengan cara yang serupa seperti nomor 3, $R_2 \setminus R_1 = R_2$.
5. $(x, y) \in R_1 \oplus R_2 \Leftrightarrow (x, y) \in R_1 \cup R_2$ **dan** $(x, y) \notin R_1 \cap R_2 \Leftrightarrow x \neq y$ **dan** $(x, y) \notin \emptyset \Leftrightarrow x \neq y$. Jadi $R_1 \oplus R_2 = R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y)$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg (x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg (x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y,x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x,y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x,y) \mid x > y\}$.
2. $(x,y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x,y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x,y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x,y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x,y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y,x) \in S \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$. Jadi $(x, y) \in S^{-1}$ jikka $x \neq y$ (karena $x \neq y$ ekuivalen dengan $y \neq x$), atau $S^{-1} = S = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x,y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y,x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x,y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x,y) \mid x > y\}$.
2. $(x,y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x,y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x,y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x,y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x,y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y,x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$. Jadi $(x,y) \in S^{-1}$ jikka $x \neq y$ (karena $x \neq y$ ekuivalen dengan $y \neq x$), atau $S^{-1} = S = \{(x,y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x,y) \in \bar{S} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg(x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$. Jadi $(x, y) \in S^{-1}$ jikka $x \neq y$ (karena $x \neq y$ ekuivalen dengan $y \neq x$), atau $S^{-1} = S = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{S} \Leftrightarrow (x, y) \notin S \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg (x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$. Jadi $(x, y) \in S^{-1}$ jikka $x \neq y$ (karena $x \neq y$ ekuivalen dengan $y \neq x$), atau $S^{-1} = S = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{S} \Leftrightarrow (x, y) \notin S \Leftrightarrow \neg (x \neq y) \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x < y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: R^{-1}, $\bar{R}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in R^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in R \Leftrightarrow y < x$. Jadi $(x, y) \in R^{-1}$ jikka $x > y$, atau $R^{-1} = \{(x, y) \mid x > y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{R} \Leftrightarrow (x, y) \notin R \Leftrightarrow \neg (x < y) \Leftrightarrow (x \geq y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{R}$ jikka $x \geq y$, atau $\bar{R} = \{(x, y) \mid x \geq y\}$.

Latihan

Misalkan S adalah relasi pada $\mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xSy jikka $x \neq y$. Tentukan relasi-relasi yang didefinisikan sebagai berikut: S^{-1}, $\bar{S}$.

Solusi:

1. $(x, y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y, x) \in S \Leftrightarrow y \neq x$. Jadi $(x, y) \in S^{-1}$ jikka $x \neq y$ (karena $x \neq y$ ekuivalen dengan $y \neq x$), atau $S^{-1} = S = \{(x, y) \mid x \neq y\}$.
2. $(x, y) \in \bar{S} \Leftrightarrow (x, y) \notin S \Leftrightarrow \neg (x \neq y) \Leftrightarrow (x = y)$. Jadi $(x, y) \in \bar{S}$ jikka $x = y$, atau $\bar{S} = \{(x, y) \mid x = y\} = \{(x, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka $x \geq y$.
2. $(a, b) \in \bar{R} \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka $x \geq y$.
2. $(a, b) \in \bar{R} \Leftrightarrow (a, b) \notin R \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a, b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka $x \geq y$.
2. $(a, b) \in \bar{R} \Leftrightarrow (a, b) \notin R \Leftrightarrow \neg (a \leq b) \Leftrightarrow$

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a,b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b,a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka $x \geq y$.
2. $(a,b) \in \bar{R} \Leftrightarrow (a,b) \notin R \Leftrightarrow \neg(a \leq b) \Leftrightarrow (a > b)$.

Latihan

Misalkan R adalah relasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan sebagai berikut: xRy jikka $x \leq y$.Tentukan relasi R^{-1} dan relasi $\bar{R}$ (atau relasi $\neg R$).

Solusi:

1. $(a,b) \in R^{-1} \Leftrightarrow (b,a) \in R \Leftrightarrow b \leq a$. Jadi $xR^{-1}y$ jikka $x \geq y$.
2. $(a,b) \in \bar{R} \Leftrightarrow (a,b) \notin R \Leftrightarrow \neg(a \leq b) \Leftrightarrow (a > b)$. Jadi $x\bar{R}y$ jikka $x > y$.

Teorema Penting

Teorema

Misalkan A dan B adalah dua himpunan, R dan S merupakan relasi dari A ke B, maka

1. $\mathrm{dom}\left(R^{-1}\right) = \mathrm{ran}\left(R\right)$
2. $\mathrm{ran}\left(R^{-1}\right) = \mathrm{dom}\left(R\right)$
3. R^{-1} merupakan relasi dari B ke A
4. $\left(R^{-1}\right)^{-1} = R$
5. $R \subseteq S$ jikka $R^{-1} \subseteq S^{-1}$.