



Matched Filter & Correlator

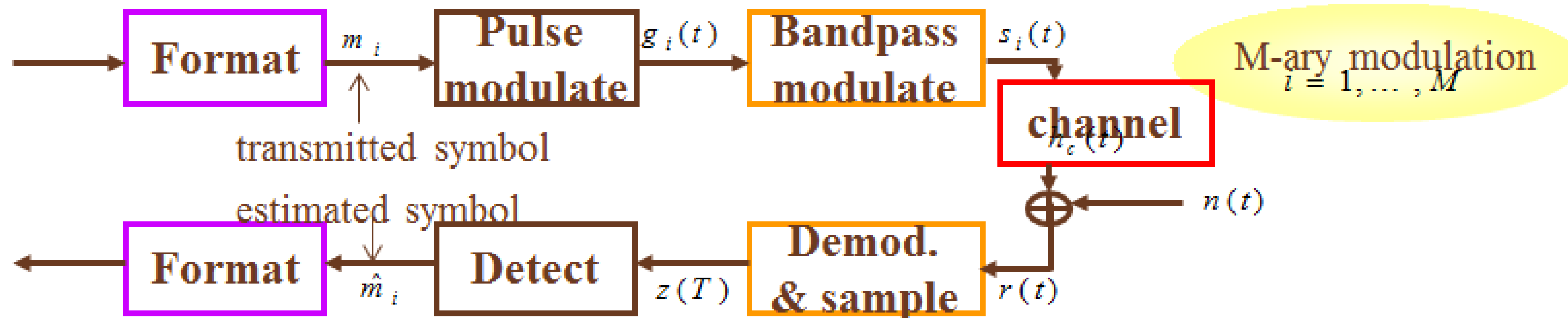
Tujuan Pembelajaran

- Memahami konsep dan cara kerja matched filter sbg detektor
- Memahami konsep dan cara kerja korelator sbg detektor

- Sistem Komunikasi
- Linear receiver
- Schwarz's inequality
- Maximum SNR
- Matched Filter
- Soal
- Correlator

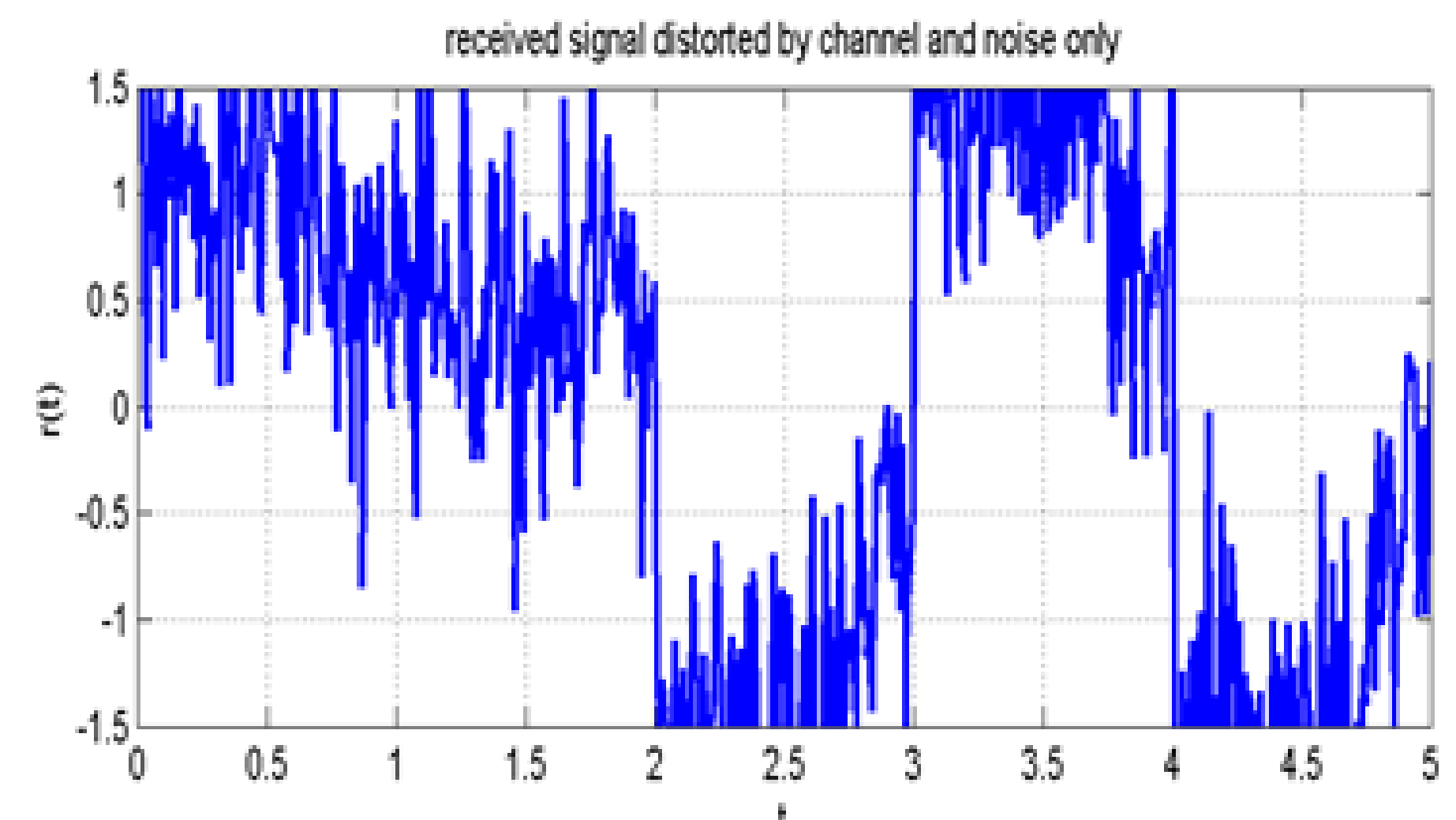
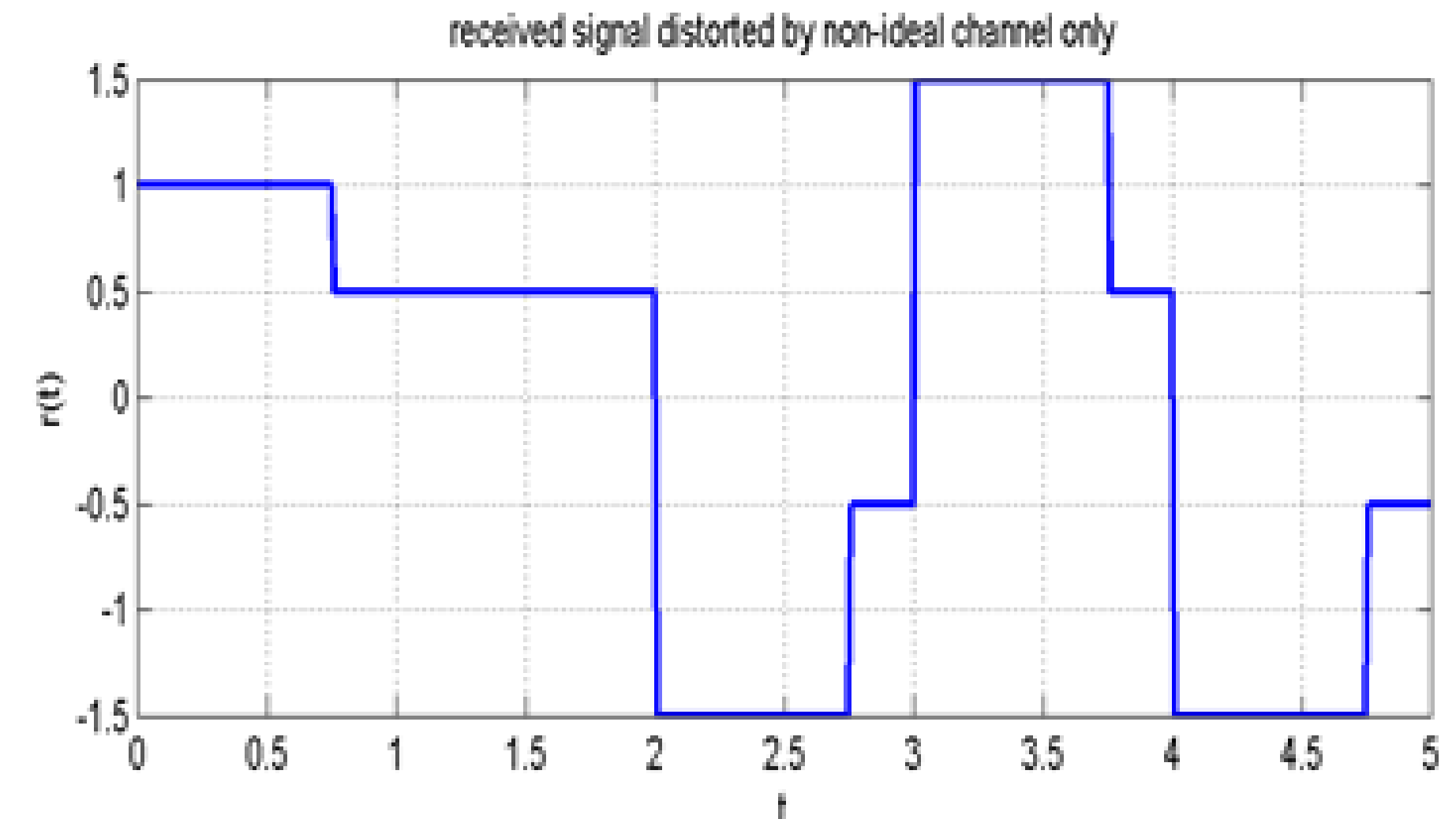
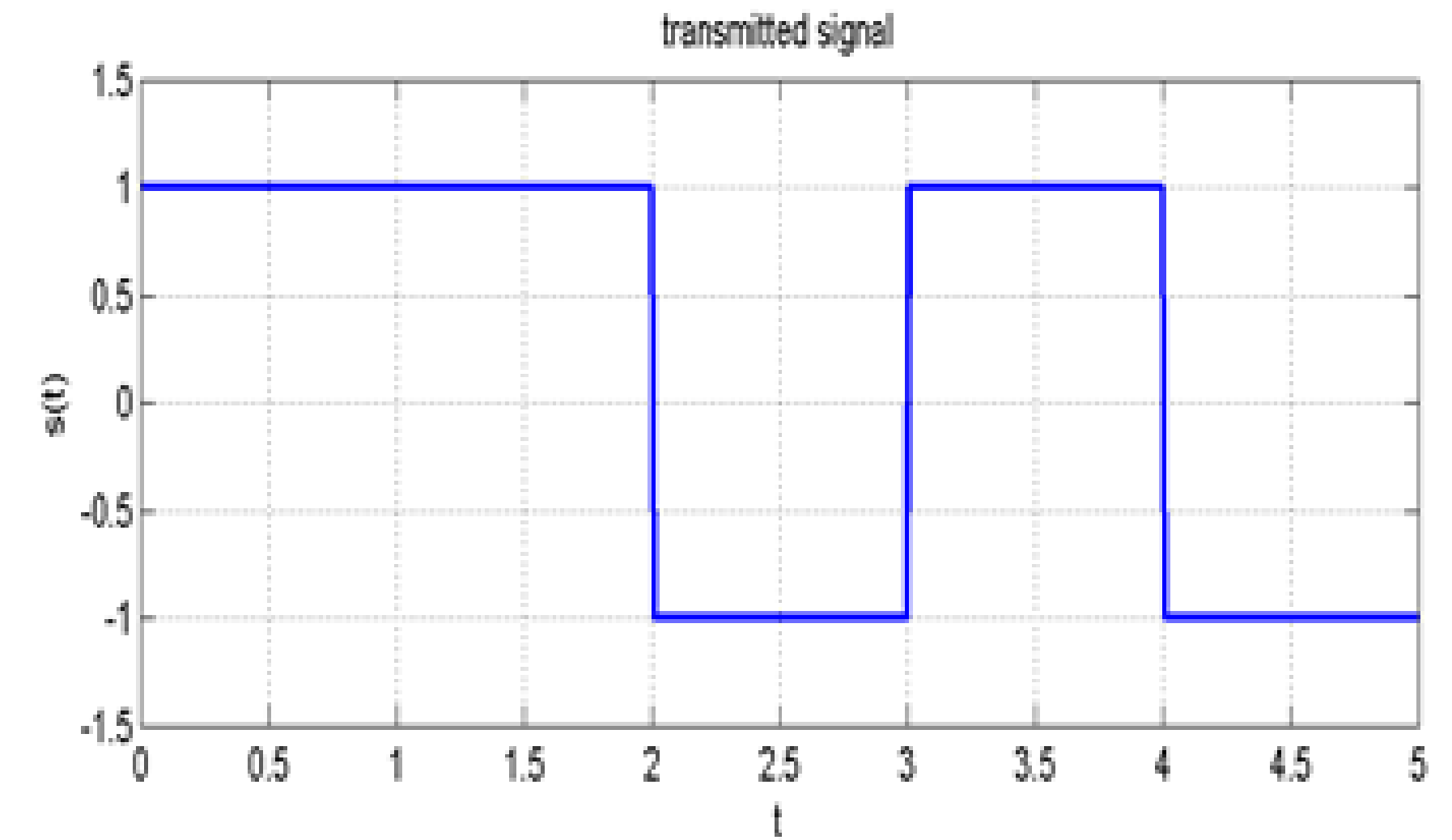
Sumber error:

- Thermal noise (AWGN)
- Inter-Symbol Interference (ISI)



[Sorour Falahati, "Modulation, Demodulation and Coding Course, 2005]

Efek Kanal

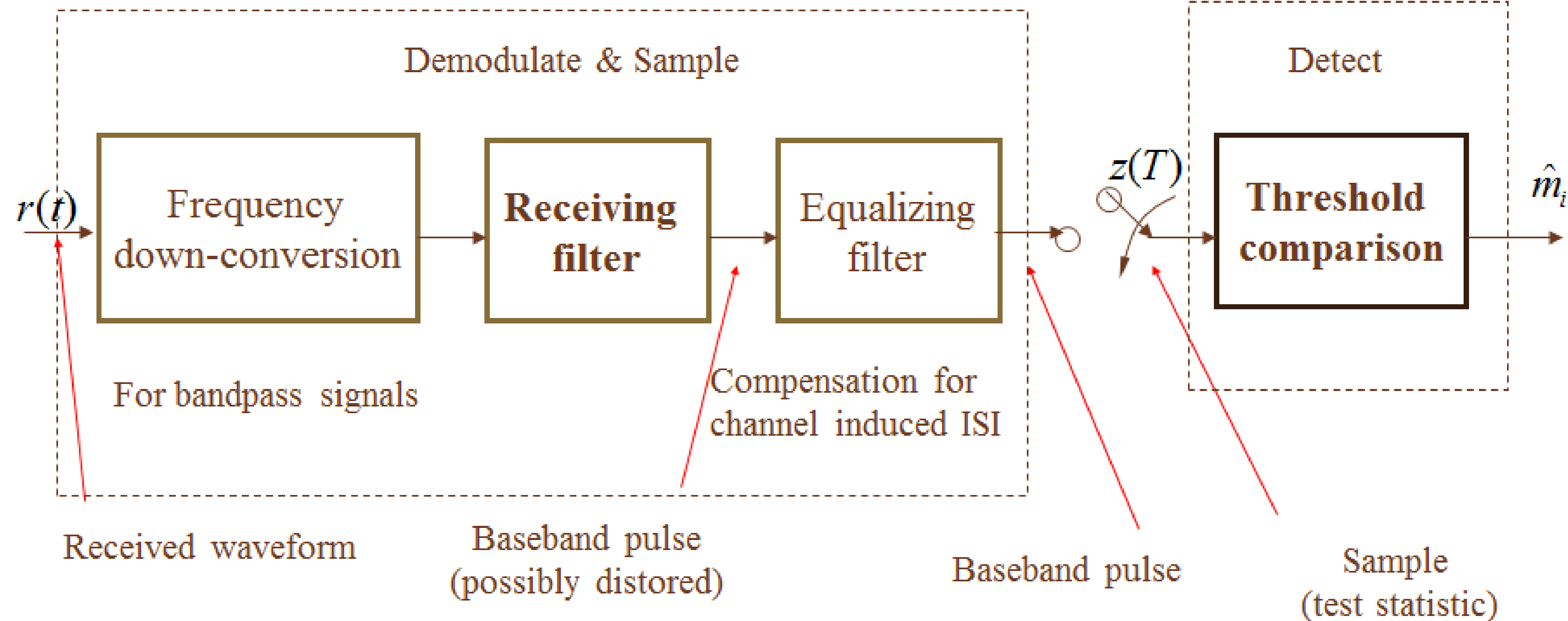


[Sorour Falahati, "Modulation, Demodulation and Coding Course,2005]

Struktur Penerima

Step 1 – waveform to sample transformation

Step 2 – decision making



[Sorour Falahati, "Modulation, Demodulation and Coding Course, 2005"]

Tugas Penerima

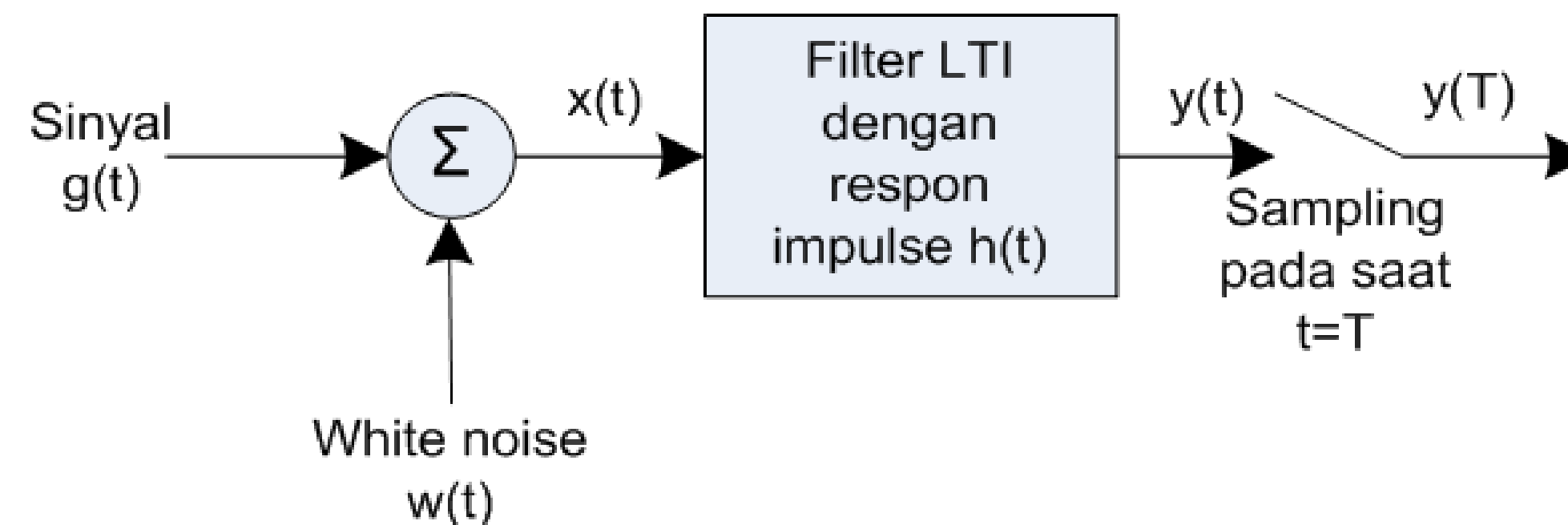
Demodulasi & sampling:

- Proses demodulasi dimaksudkan untuk mendapatkan kembali sinyal baseband yang ditransmisikan dan melakukan sampling untuk kebutuhan deteksi. Pada proses ini dilakukan:
 - Perbaikan pada rasio level daya sinyal terhadap daya noise (SNR) dengan menggunakan matched filter
 - Mengurangi efek ISI dengan menggunakan equalizer
 - Melakukan sampling pada sinyal yang diterima

Deteksi:

- Melakukan estimasi terhadap simbol yang ditransmisikan berdasarkan sample yang diterima

Suatu penerima dengan filter linear digambarkan sbb:



Dengan Respon impulse filter linear tak uban waktu $h(t)$ dan sinyal input filter $x(t)$ yang terdiri dari sinyal pulsa $g(t)$ dan sinyal noise $w(t)$, yaitu:

$$x(t) = g(t) + w(t), \text{ untuk } 0 \leq t \leq T$$

Linear Receiver

Fungsi receiver adalah untuk mendeteksi sinyal pulsa $g(t)$ dalam bentuk yang paling optimum dari sinyal yang di terima $x(t)$,

Untuk memenuhi kebutuhan ini maka harus didesign filter yang bisa meminimisasi efek noise pada output filter (dalam beberapa hal statistical) dan pada akhirnya mampu memberikan perbaikan deteksi sinyal pulsa $g(t)$. Karena filter linear maka output filter dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$y(t) = g_o(t) + n(t)$$

Dengan sinyal $g_o(t)$ dan $n(t)$ adalah komponen dari sinyal pulsa dan noise.

Linear Receiver

Cara yang sederhana untuk menggambarkan persyaratan suatu receiver yang menginginkan komponen output sinyal lebih besar dibandingkan dengan komponen noise $n(t)$ adalah memiliki filter yang bisa membuat daya sinyal $g_o(t)$ yang diukur pada saat waktu sampling $t=T$ lebih besar dibandingkan dengan daya sinyal noise, hal ini ekuivalen dengan memaksimumkan nilai signal to noise ratio.

$$SNR = \frac{|g_o(T)|^2}{E[n^2(t)]}$$

Dimana $|g_o(T)|^2$ daya sinyal output, dan E merupakan operator bagi nilai ekspektasi sehingga $E[n^2(t)]$ adalah nilai daya noise.

Linear Receiver

Jika $G(f)$ adalah transformasi Fourier dari sinyal $g(t)$ dan $H(f)$ adalah respon frekuensi dari filter. Maka transformasi fourier bagi output filter adalah $H(f)G(f)$ dan $g_o(t)$ sendiri adalah invers transformasi Fourier

$$g_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df \quad \longrightarrow \quad |g_o(t)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df \right|^2$$

Efek noise $w(t)$ pada keluaran filter linear dinyatakan dengan;

$$S_N(f) = \frac{N_o}{2} |H(f)|^2$$

Sehingga daya rata-rata sinyal noise pada keluaran filter dinyatakan dengan:

$$E[n^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(f) df = \frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df$$

Maximum SNR akan dinyatakan dengan persamaan:

$$SNR_{max} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df \right|^2}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

Schwarz's Inequality

Schwarz's inequality menyatakan bahwa : Jika dua buah fungsi kompleks $\varphi_1(x)$ dan $\varphi_2(x)$ pada variabel x , dimana:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_1(x)|^2 dx < \infty \quad \text{dan} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_2(x)|^2 dx < \infty$$

dan memenuhi:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x)\varphi_2(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_2(x)|^2 dx$$

Jika dan hanya jika

$$\varphi_1(x) = k\varphi_2^*(x)$$

Dengan k adalah konstanta dan $(*)$ adalah operator conjugate.

Dengan mengasumsikan bahwa:

$$\varphi_1(x) = H(f) \quad \text{dan} \quad \varphi_2(x) = G(f) \exp(j2\pi ft)$$

Maka didapatkan

$$\begin{aligned} SNR_{max} &= \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f) G(f) \exp(j2\pi ft) df \right|^2}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan:

$$SNR_{max} = \frac{2}{N_o} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df$$

- Dari persamaan SNR maksimum dan *Schwarz's inequality* dimana:

$$\varphi_1(x) = k\varphi_2^*(x)$$

- Maka filter optimum / matched filter harus lah memenuhi

$$H_{opt}(f) = kG^*(f)\exp(-j2\pi fT)$$

- Dalam domain waktu, filter optimal dapat dinyatakan dengan:

$$h_{opt}(t) = kg(T - t)$$

- Filter optimal haruslah bersifat kausal sehingga:

$$h_{opt}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ kg(T - t), & t \geq 0 \end{cases}$$

Sifat Matched Filter

Spectrum sinyal output matched filter dipengaruhi oleh factor delay dan energy spectral density dari input sinyal yang proporsional.

$$G_o(f) = H_{opt}(f)G(f)$$

$$G_o(f) = G^*(f)G(f) \exp(-j2\pi fT)$$

$$= |G(f)|^2 \exp(-j2\pi fT)$$

Sinyal output matched filter merupakan versi dari fungsi autokorelasi yang ditunda sejauh T

$$G_o(t) = R_g(t - T)$$

Perbandingan SNR output dari matched filter hanya bergantung pada perbandingan energy sinyal dengan power spectral density dari white noise pada input filter.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

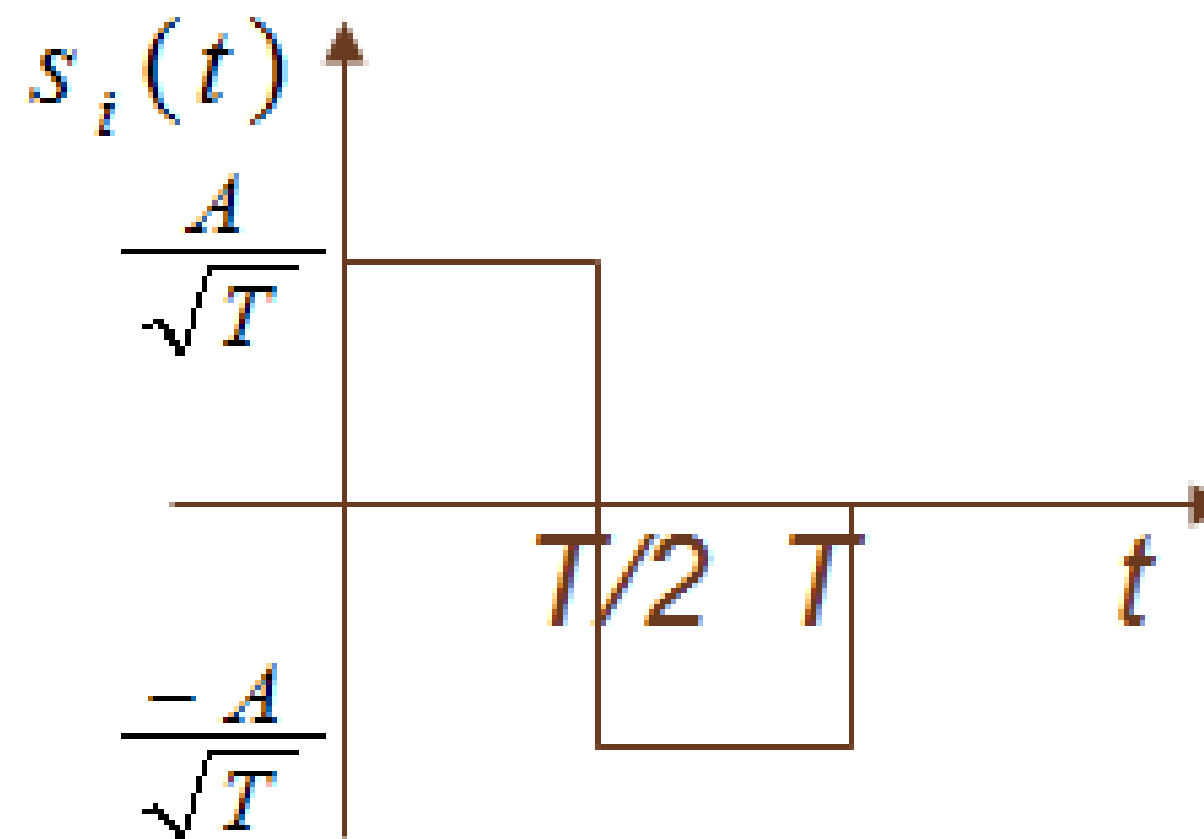
Dimana energi sinyal $s(t)$ dinyatakan dengan:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} (S(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

Sehingga:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{2E}{N_0}$$

Diketahui $s_i(t)$ adalah sinyal data digital (biner) acak murni dengan periode $T = 1$ milli secon dan amplitudo $A = 1$ milli Volt yang direpresentasikan dengan gambar:



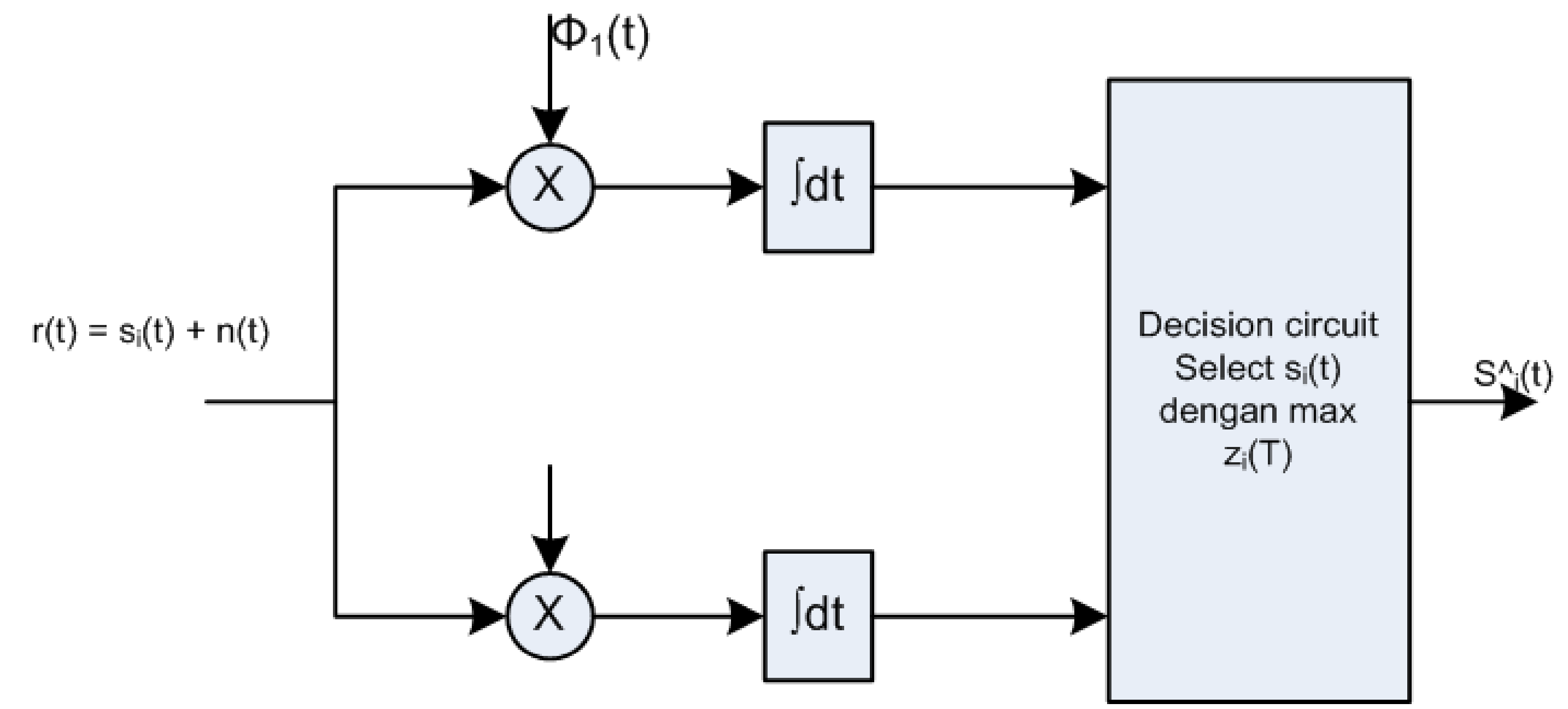
Gambarkan $RSS()$ yaitu fungsi autokorelasi dari sinyal $s_i(t)$ tersebut ! Gambarkan pula keluaran Matched Filter bila $s_i(t)$ dilewatkan ke filter tersebut !

Jika Sinyal $s_i(t)$ tersebut bercampur dengan AWGN dengan rapat daya noise-double side $N_0/2$ dilewatkan ke Matched Filter, tentukan S/N keluaran Matched Filter sebagai fungsi dari A , T dan $N_0/2$!

Berapa dB-kah S/N keluaran Matched Filter tersebut, jika $N_0/2 = 10^{-10}$ W/Hz!

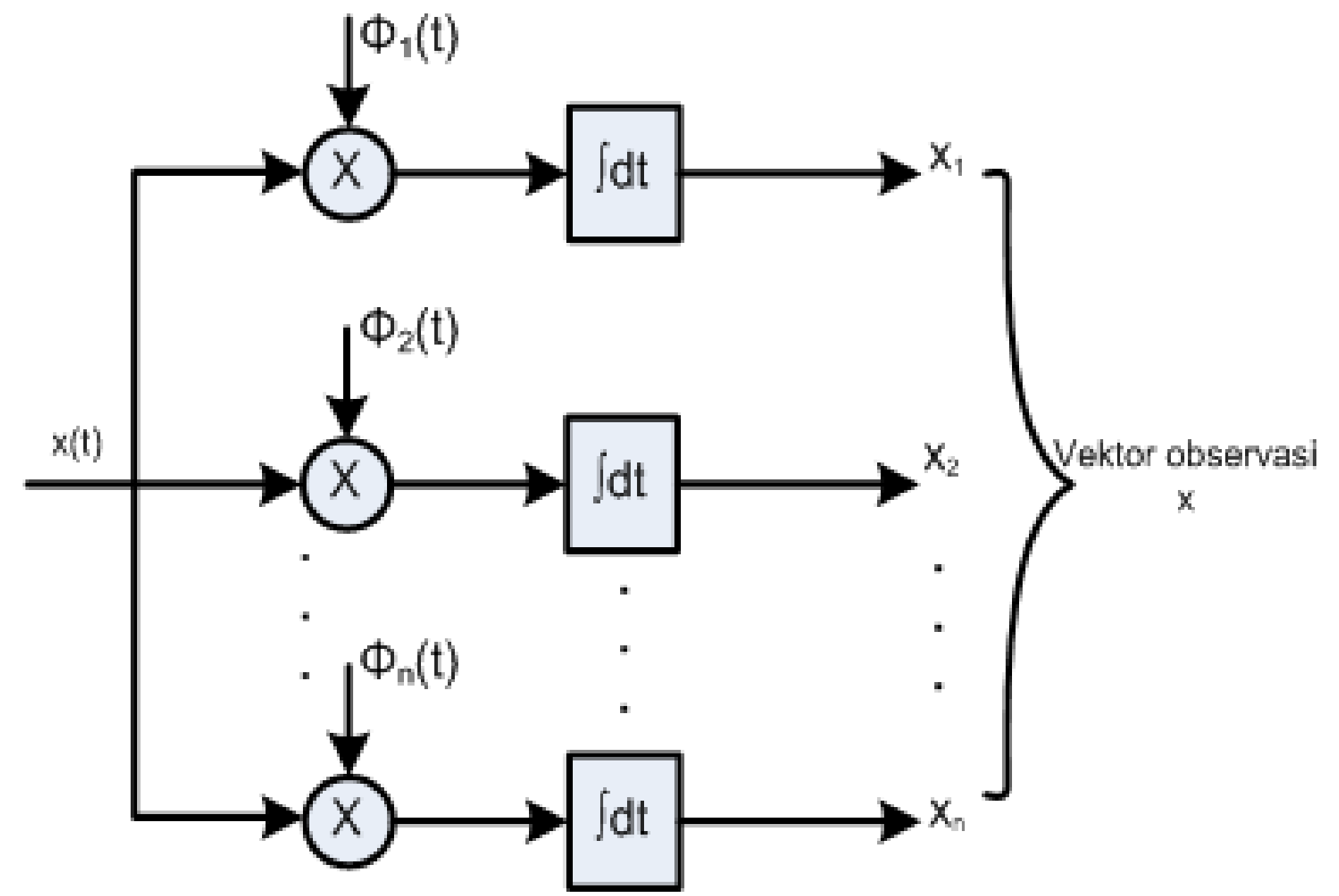
- Correlation receiver seperti juga matched filter digunakan untuk mendeteksi sinyal terima yang telah dipengaruhi noise dalam hal ini noise AWGN.
- Proses deteksi pada Correlation receiver terjadi dalam dua tahapan:
 - Pertama adalah menurunkan sinyal yang diterima $r(t)$ ke dalam bentuk variable random tunggal $z(T)$ atau dalam set variable random, $z_i(T)$, dengan $i=1,2,\dots,M$
 - Langkah kedua adalah pengambilan keputusan, yang didasarkan pada suatu nilai threshold atau nilai $z_i(T)$ maksimum

Blok correlator ditunjukkan pada gambar berikut:

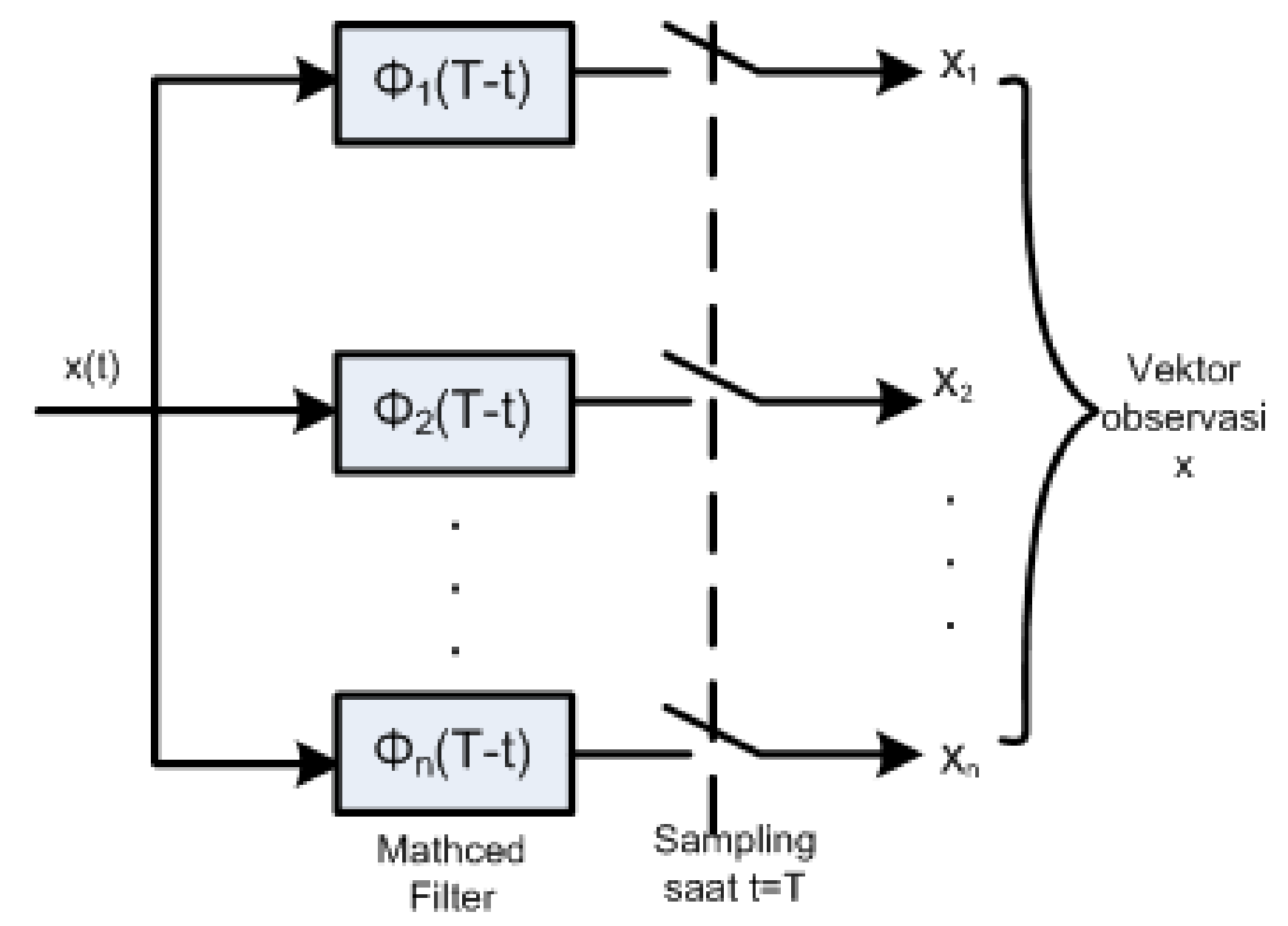


Matched Filter & Correlator

- correlator



- Matched filter



Terima kasih
dan selamat belajar.