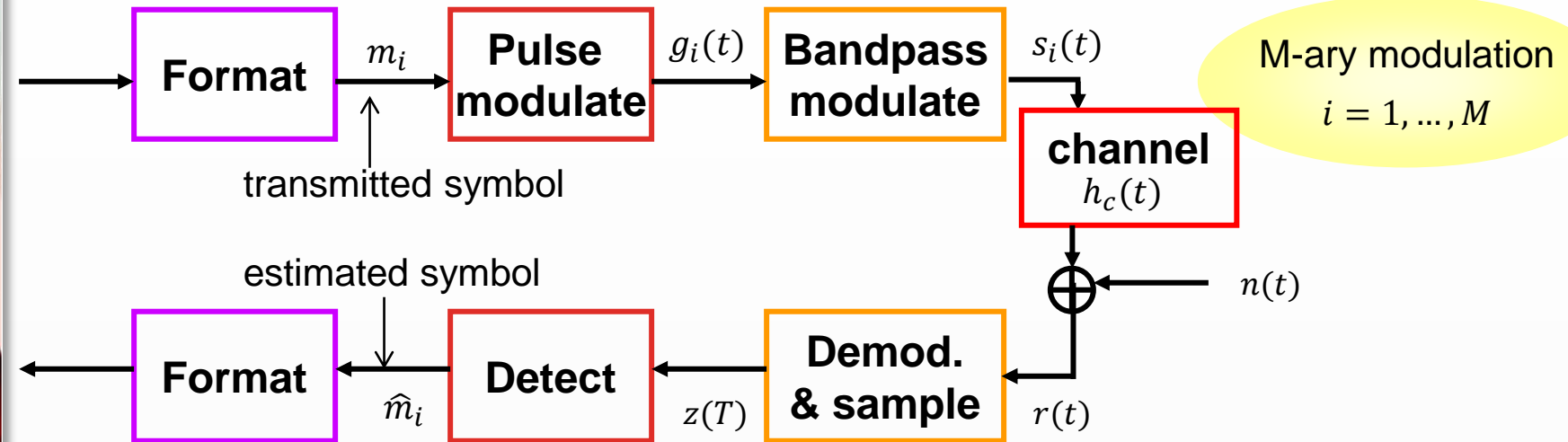


ML DETECTOR- OPTIMUM DETECTOR- EQUALIZER

TTI3J3 Sistem
KOMUNIKASI II

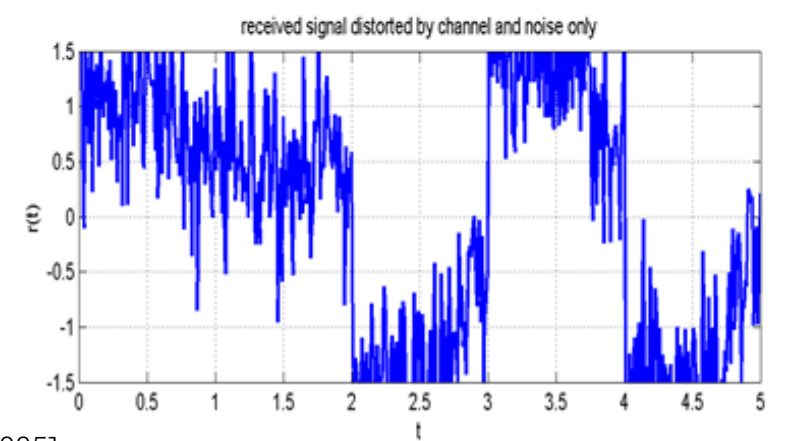
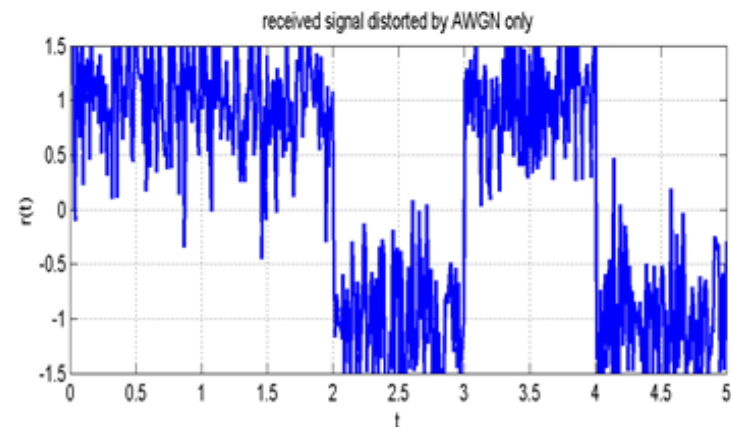
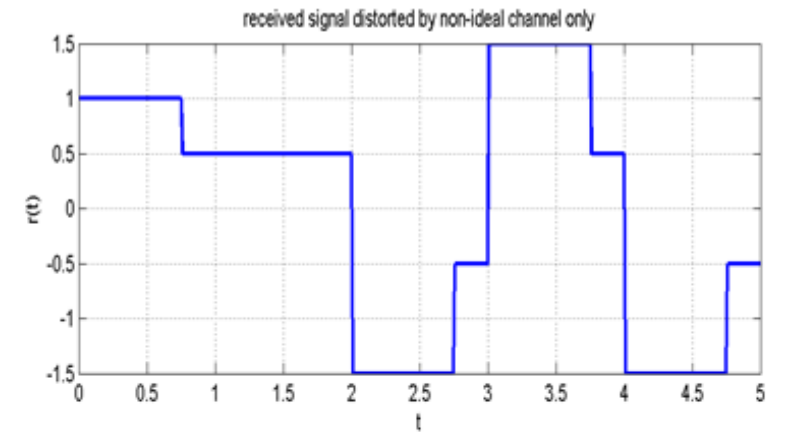
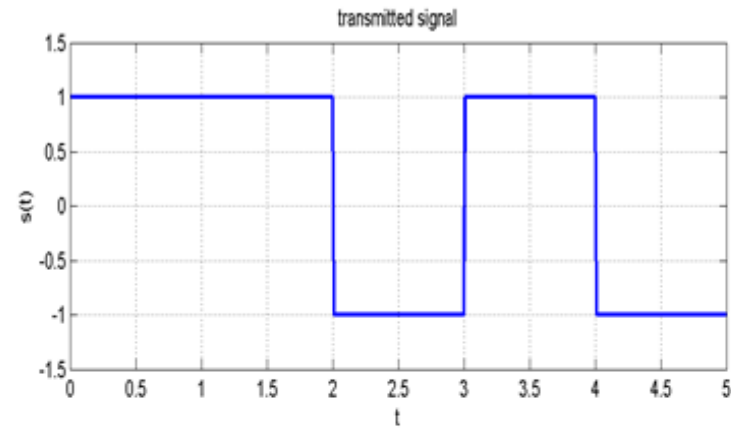
LINDA MEYLANI

- ML Detector
- Optimum Detector:
 - Matched filter
 - Correlator
- Equalizer



- Major sources of errors:
 - Thermal noise (AWGN)
 - disturbs the signal in an additive fashion (Additive)
 - has flat spectral density for all frequencies of interest (White)
 - is modeled by Gaussian random process (Gaussian Noise)
 - Inter-Symbol Interference (ISI)
 - Due to the filtering effect of transmitter, channel and receiver, symbols are “smeared”.

EFEK KANAL



[Sorour Falahati, "Modulation, Demodulation and Coding Course, 2005]

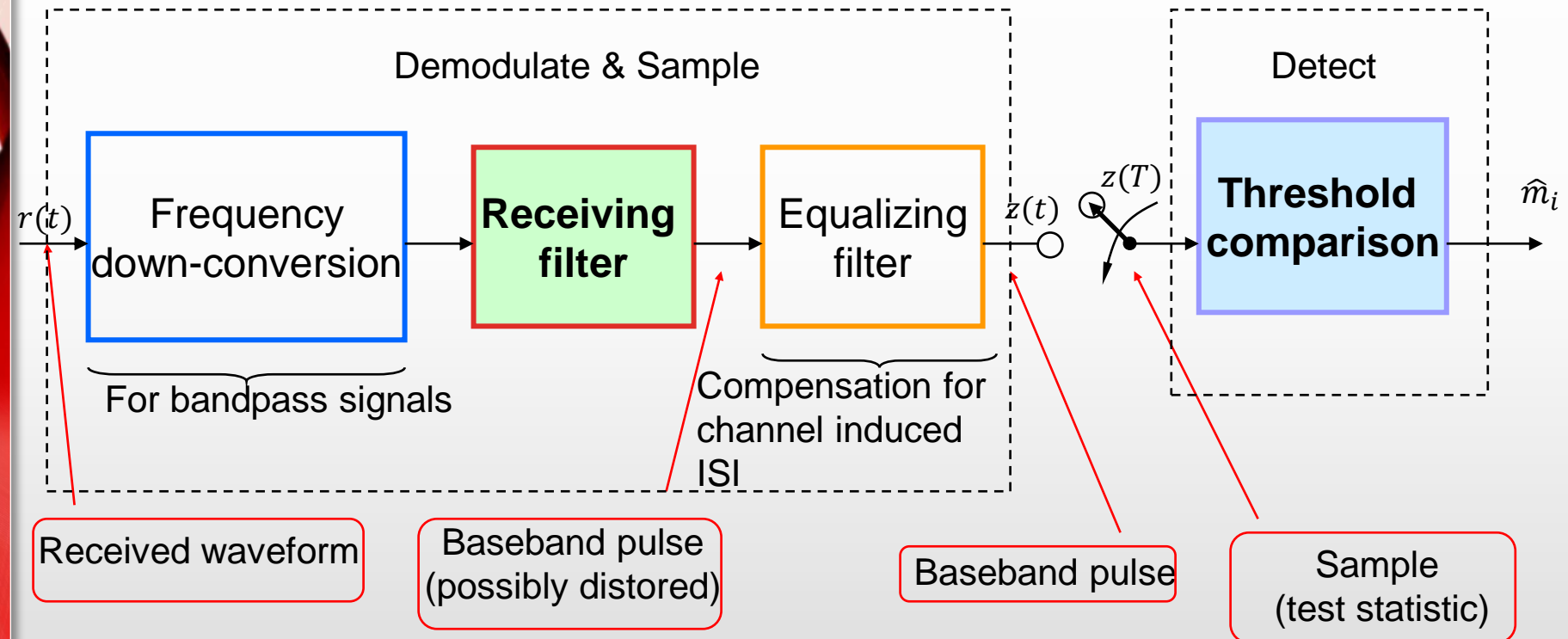
TUGAS PENERIMA

- Demodulasi & Sampling:
 - Proses demodulasi dimaksudkan untuk mendapatkan kembali sinyal baseband yang ditransmisikan dan melakukan sampling untuk kebutuhan deteksi. Pada proses ini dilakukan
 - Perbaikan pada rasio level daya sinyal terhadap daya noise (SNR) dengan menggunakan matched filter
 - Mengurangi efek ISI dengan menggunakan equalizer
 - Melakukan sampling pada sinyal yang diterima
- Deteksi:
 - Melakukan estimasi terhadap simbol yang ditransmisikan berdasarkan sample yang diterima

STRUKTUR PENERIMA

Step 1 – waveform to sample transformation

Step 2 – decision making



BASEBAND & BANDPASS

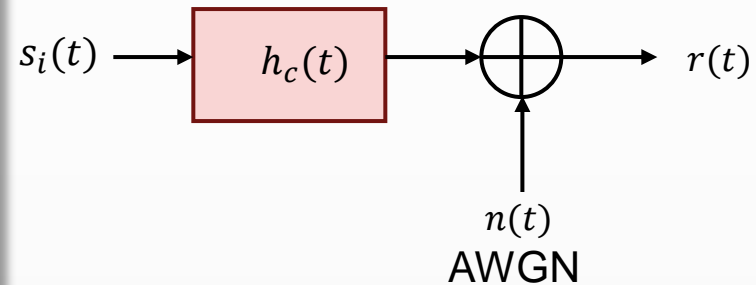
- Bandpass model of detection process is equivalent to baseband model because:
 - The received bandpass waveform is first transformed to a baseband waveform.
 - Equivalence theorem:
 - Performing bandpass linear signal processing followed by heterodyning the signal to the baseband, yields the same results as heterodyning the bandpass signal to the baseband, followed by a baseband linear signal processing.

LANGKAH PADA DESAIN PENERIMA

- Temukan solusi optimum bagi receiver design yang bertujuan:
 1. Memaksimalkan SNR
 2. Meminimalkan efek ISI
- Langkah design:
 - Memodelkan sinyal terima
 - Cari solusi secara terpisah untuk setiap tujuan
- Fokus pada mendesain penerima yang mampu memaksimalkan SNR.

DESAIN FILTER PENERIMA UNTUK MEMAKSIMALKAN SNR

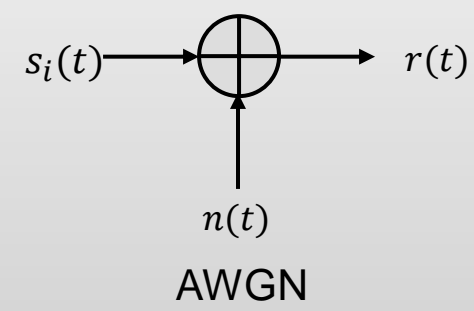
- Model the received signal



$$r(t) = s_i(t) * h_c(t) + n(t)$$

- Simplify the model:
 - Received signal in AWGN

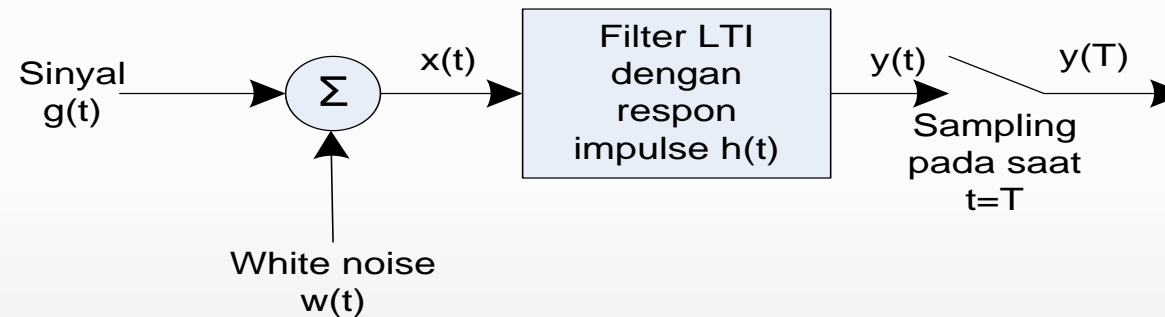
Ideal channels
 $h_c(t) = \delta(t)$



$$r(t) = s_i(t) + n(t)$$

LINEAR RECEIVER

- Suatu penerima dengan filter linear digambarkan sbb:



- Dengan Respon impulse filter linear tak ubah waktu $h(t)$ dan sinyal input filter $x(t)$ yang terdiri dari sinyal pulsa $g(t)$ dan sinyal noise $w(t)$, yaitu:

$$x(t) = g(t) + w(t), \text{ untuk } 0 \leq t \leq T$$

LINEAR RECEIVER

- Fungsi receiver adalah untuk mendeteksi sinyal pulsa $g(t)$ dalam bentuk yang paling optimum dari sinyal yang di terima $x(t)$, hal ini dikarenakan adanya noise, yang mungkin akan mengubah bentuk sinyal $g(t)$.
- Untuk memenuhi kebutuhan ini maka harus didesign filter yang bisa meminimisasi efek noise pada output filter (dalam beberapa hal statistical) dan pada akhirnya mampu memberikan perbaikan deteksi sinyal pulsa $g(t)$. Karena filter linear maka output filter dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$y(t) = g_o(t) + n(t)$$

- Dengan sinyal $g_o(t)$ dan $n(t)$ adalah komponen dari sinyal pulsa dan noise.

LINEAR RECEIVER

- Cara yang sederhana untuk menggambarkan persyaratan suatu receiver yang menginginkan komponen output sinyal lebih besar dibandingkan dengan komponen noise $n(t)$ adalah memiliki filter yang bisa membuat daya sinyal $g_o(t)$ yang diukur pada saat waktu sampling $t=T$ lebih besar dibandingkan dengan daya sinyal noise, hal ini ekuivalen dengan **memaksimumkan nilai signal to noise ratio.**

$$SNR = \frac{|g_o(T)|^2}{E[n^2(t)]}$$

- Dimana $|g_o(T)|^2$ daya sinyal output, dan E merupakan operator bagi nilai ekspektasi sehingga $E[n^2(t)]$ adalah nilai daya noise.

LINEAR RECEIVER

- Jika $G(f)$ adalah transformasi Fourier dari sinyal $g(t)$ dan $H(f)$ adalah respon frekuensi dari filter. Maka transformasi fourier bagi output filter adalah $H(f)G(f)$ dan $g_o(t)$ sendiri adalah invers transformasi Fourier

$$g_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df$$

$$|g_o(t)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df \right|^2$$

- Efek noise $w(t)$ pada keluaran filter linear dinyatakan dengan;

$$S_N(f) = \frac{N_o}{2} |H(f)|^2$$

- Sehingga daya rata-rata sinyal noise pada keluaran filter dinyatakan dengan:

$$E[n^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(f)df = \frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df$$

LINEAR RECEIVER

- Maximum SNR akan dinyatakan dengan persamaan:

$$SNR_{max} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi ft) df \right|^2}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

SCHWARZ'S INEQUALITY

- *Schwarz's inequality* menyatakan bahwa : Jika dua buah fungsi kompleks $\phi_1(x)$ dan $\phi_2(x)$ pada variabel x , dimana:

- $\int_{-\infty}^{\infty} |\phi_1(x)|^2 dx < \infty$ dan $\int_{-\infty}^{\infty} |\phi_2(x)|^2 dx < \infty$

- dan memenuhi:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x)\phi_2(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_2(x)|^2 dx$$

- Jika dan hanya jika

$$\phi_1(x) = k\phi_2^*(x)$$

- Dengan k adalah konstanta dan $(*)$ adalah operator conjugate.

- Dengan mengasumsikan bahwa:
- $\varphi_1(x) = H(f)$ dan $\varphi_2(x) = G(f)\exp(j2\pi ft)$
- Maka didapatkan

$$\begin{aligned} SNR_{max} &= \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)\exp(j2\pi ft) df|^2}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df}{\frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \end{aligned}$$

- Sehingga didapatkan:

$$SNR_{max} = \frac{2}{N_o} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df$$

MATCHED FILTER

- Dari persamaan SNR maksimum dan *Schwarz's inequality* dimana:

$$\varphi_1(x) = k\varphi_2^*(x)$$

- Maka filter optimum / matched filter harus lah memenuhi

$$H_{opt}(f) = kG^*(f)\exp(-j2\pi fT)$$

- Dalam domain waktu, filter optimal dapat dinyatakan dengan:

$$h_{opt}(t) = kg(T - t)$$

- Filter optimal haruslah bersifat kausal sehingga:

$$h_{opt}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ kg(T - t), & t \geq 0 \end{cases}$$

SIFAT MATCHED FILTER

- Spectrum sinyal output matched filter dipengaruhi oleh factor delay dan energy spectral density dari input sinyal yang proporsional.

$$G_o(f) = H_{opt}(f)G(f)$$

$$\begin{aligned} G_o(f) &= G^*(f)G(f) \exp(-j2\pi fT) \\ &= |G(f)|^2 \exp(-j2\pi fT) \end{aligned}$$

- Sinyal output matched filter merupakan versi dari fungsi autokorelasi yang ditunda sejauh T

$$G_o(t) = R_g(t - T)$$

- Perbandingan SNR output dari matched filter hanya bergantung pada perbandingan energy sinyal dengan power spectral density dari white noise pada input filter.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

- Dimana energi sinyal $s(t)$ dinyatakan dengan:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} (S(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

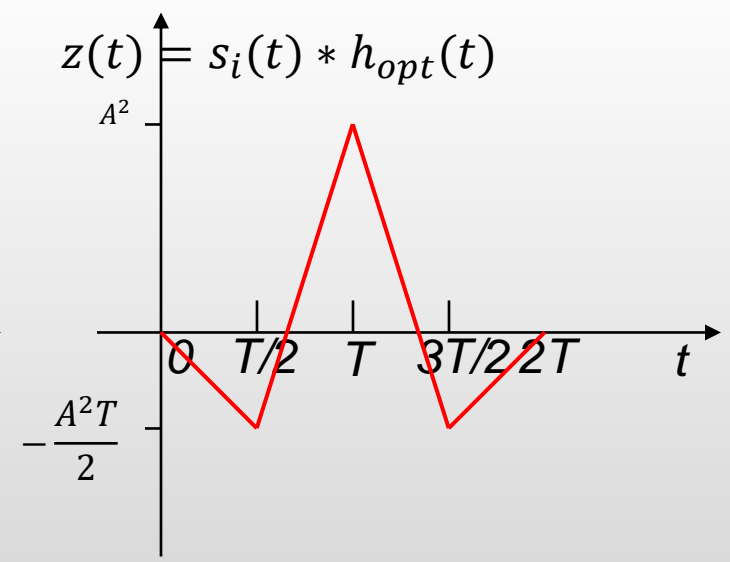
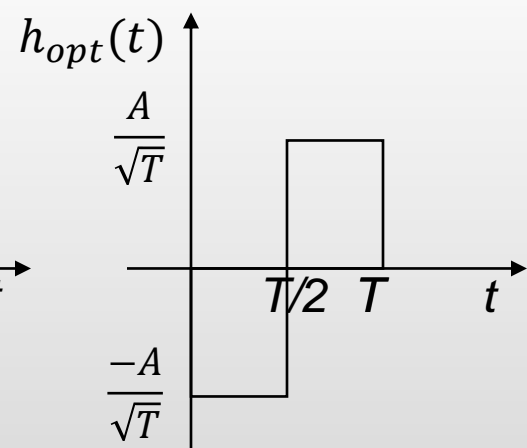
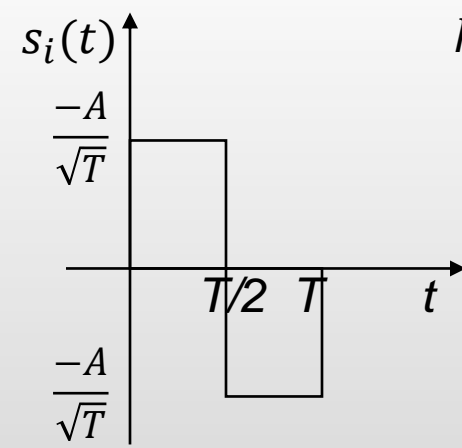
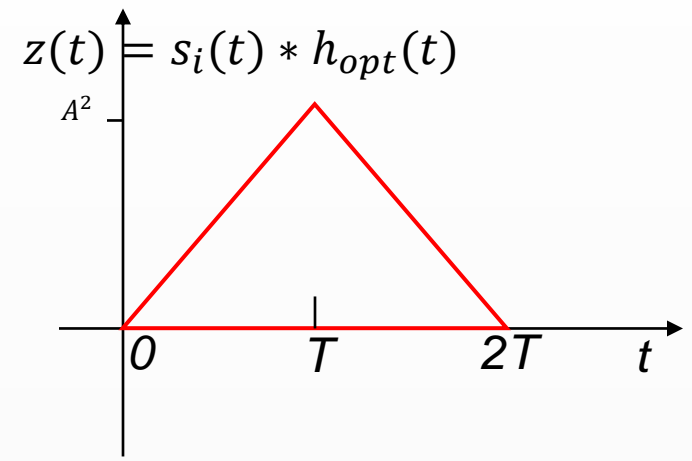
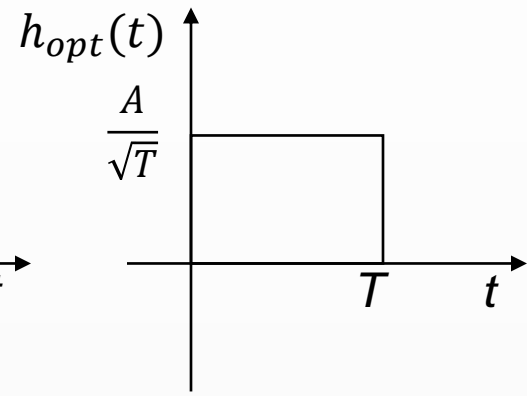
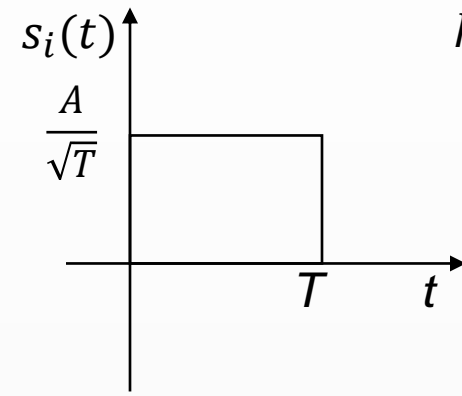
- Sehingga

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{2E}{N_0}$$

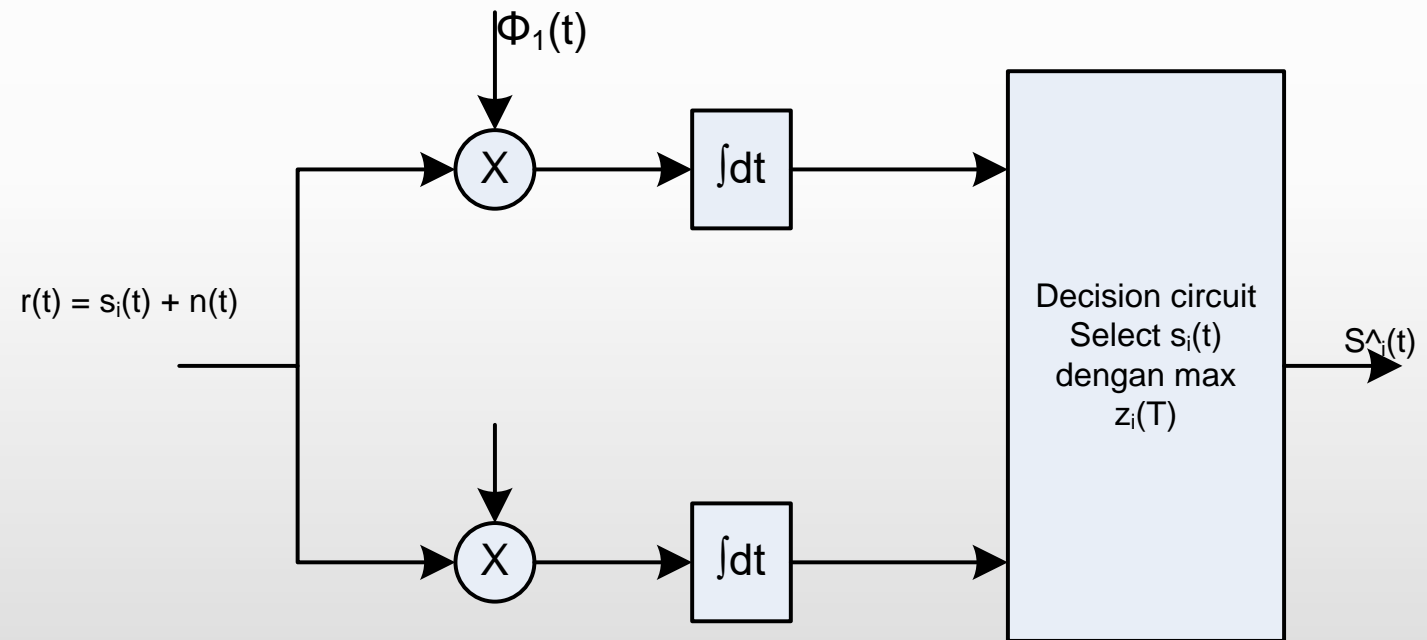
CORRELATOR

- Correlation receiver seperti juga matched filter digunakan untuk mendeteksi sinyal terima yang telah dipengaruhi noise dalam hal ini noise AWGN.
- Proses deteksi pada Correlation receiver terjadi dalam dua tahapan,
 - tahap pertama adalah menurunkan sinyal yang diterima $r(t)$ ke dalam bentuk variable random tunggal $z(T)$ atau dalam set variable random, $z_i(T)$, dengan $i=1,2,\dots,M$
 - Langkah kedua adalah pengambilan keputusan, yang didasarkan pada suatu nilai threshold atau nilai $z_i(T)$ maksimum

CONTOH

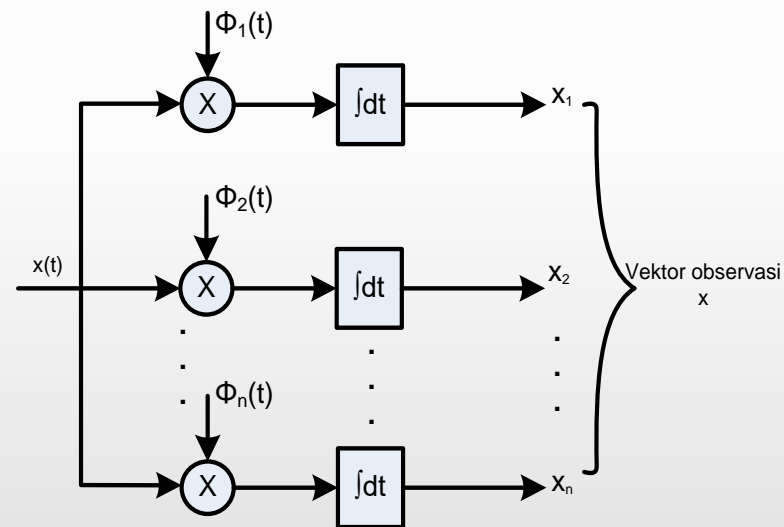


CORRELATOR

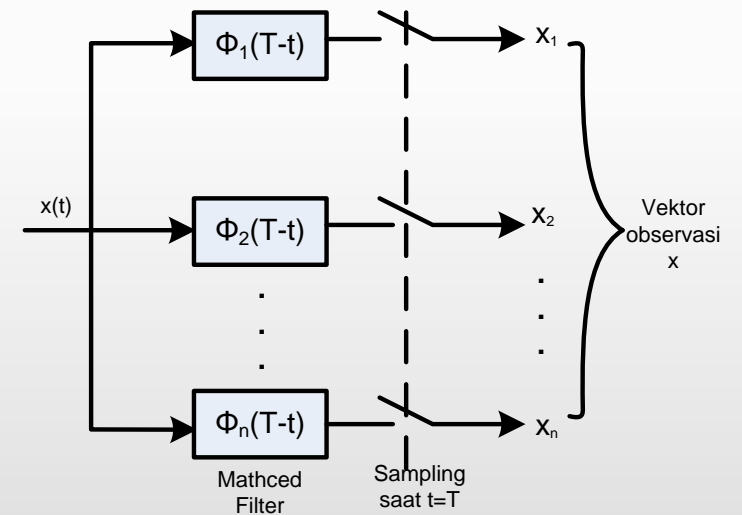


MATCHED FILTER & CORRELATOR

- correlator



- Matched filter



EB/NO FIGURE OF MERIT PADA SISKOMDIG

- SNR or S/N is the average signal power to the average noise power. SNR should be modified in terms of bit-energy in DCS, because:
 - Signals are transmitted within a symbol duration and hence, are energy signal (zero power).
 - A merit at bit-level facilitates comparison of different DCSs transmitting different number of bits per symbol.

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{ST_b}{N/W} = \frac{S}{N} \frac{W}{R_b}$$

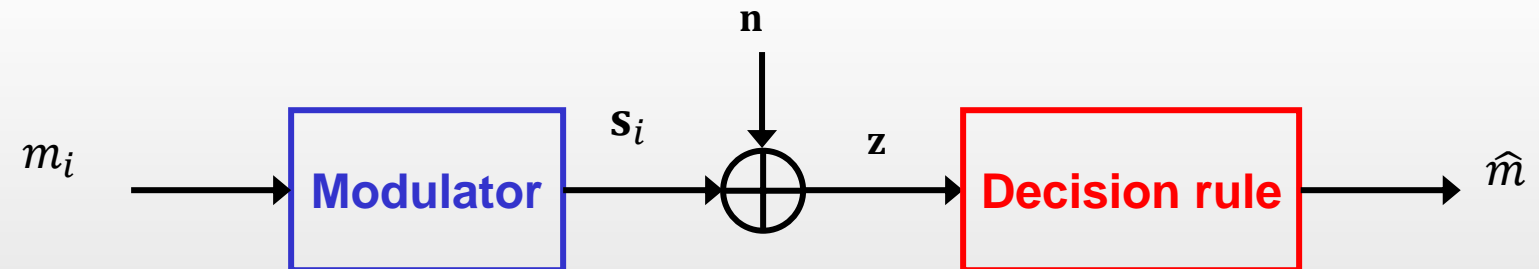
R_b : Bit rate

W : Bandwidth

ML DETECTION

DETEKSI SINYAL PADA KANAL AWGN

- Permasalahan Deteksi:
 - Berdasarkan Vektor observasi z , lakukan pemetaan dari z ke simbol terestimasi, \hat{m} dari symbol m_i yang ditransmisikan, **sehingga probabilitas error rata-rata** proses deteksi memiliki nilai minimum.



- Pada kanal AWGN, sinyal yang diobservasi $\mathbf{z} = \mathbf{s}_i + \mathbf{n}$
- Vektor sinyal kirim $\mathbf{s}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN})$ memiliki karakteristik sebagai sinyal deterministik.
- Element vektor sinyal noise yang dinyatakan dengan

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$$

merupakan iid Gaussian random dengan mean nol dan varian $N_0/2$, dimana pdf dari element sinyal noise dinyatakan dengan:

$$p_{\mathbf{n}}(\mathbf{n}) = \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{n}\|^2}{N_0}\right)$$

- Maka element sinyal \mathbf{z} yang diobservasi akan mengikuti distribusi noisenya, dimana:

$$p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}|\mathbf{s}_i) = \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z} - \mathbf{s}_i\|^2}{N_0}\right)$$

TEOREMA BAYES

- Teorema bayes dapat dituliskan:

$$P(s_i|z_j) = \frac{P(z_j|s_i)P(s_i)}{P(z_j)}, \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, M \\ j = 1, \dots, M \end{array}$$

- Dimana:

$$P(z_j) = \sum_{i=1}^M P(z_j|s_i)P(s_i)$$

- Pada sistem komunikasi maka:
 - s_i merupakan sinyal ke i dari M sinyal
 - Z_j merupakan sampel ke j dari sinyal yang diterima
 - $P(s_i)$ merupakan peluang kemunculan sinyal atau disebut juga **a priori probability**
 - $P(z_j | s_i)$ merupakan conditinal probability dari sample z jika sinyal s_i yang dikirimkan
 - $P(s_i | z_j)$, yang dihitung setelah percobaan disebut juga sebagai **a posteriori probability**

FUNGSI LIKELIHOOD

- Fungsi Likelihood dinotasikan dengan $L(m)$ dinyatakan sebagai: $L(m_i) = p_x(x|s_i), \quad i = 1,2,3 \dots M$
- $P_x(x | s_i)$ menyatakan conditional probability dari sampel observasi x jika dikirimkan sinyal s_i

$$p_x(x|s_i) = (\pi N_o)^{-N/2} \exp \left[-\frac{1}{N_o} \sum_{j=1}^N (x_j - a_{ij})^2 \right]$$

- Fungsi likelihood biasanya dinyatakan dalam fungsi logaritmik
- Dengan mengabaikan bagian yang konstan karena tidak berhubungan dengan symbol message s_i maka:

$$l(s_i) = -\frac{1}{N_o} \sum_{j=1}^N (x_j - a_{ij})^2, \quad i = 1,2,3 \dots M$$

- Teorema Bayes diaplikasikan pada pendeteksian optimum pada penerima.
- **Maximum A Posteriori (MAP)** Detektor didasarkan pada aturan:

Set $\hat{s} = s_i$ jika

$\Pr(s_i \text{ sent} | \mathbf{z}) \geq \Pr(s_k \text{ sent} | \mathbf{z})$, untuk semua $k \neq i$
dimana $k = 1, \dots, M$.

- Atau dengan Menggunakan **Teorema Bayes** maka:

Set $\hat{s} = s_i$ jika

$\frac{p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z} | s_k) p(s_k)}{p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})}$ bernilai maksimum untuk $k = i$

DETEKSI MAP

- Pada observasi ruang dimensi, dengan Z dinyatakan pada ruang N dimensi dari semua kemungkinan vector x , maka optimum decision pada MAP dapat dinyatakan dengan:

Vector \mathbf{z} berada pada daerah Z_i jika nilai $\ln\left[p_k \frac{p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}|m_k)}{p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})}\right]$, maximum untuk semua $k = i$.
Yang berarti $\hat{m} = m_i$

DETEKSI MAXIMUM LIKELIHOOD

- Pada kondisi dimana semua simbol yang ditransmisikan memiliki probabilitas kemunculan yang sama maka MAP \longrightarrow ML (Maximum Likelihood) detection, sehingga:

Set $\hat{m} = m_i$ if
 $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}|m_k)$, is maximum for all $k = i$

- Atau

Set $\hat{m} = m_i$ if
 $\ln[p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}|m_k)]$, is maximum for all $k = i$

DETEKSI MAXIMUM LIKELIHOOD

- Dengan menggunakan fungsi likelihood yang merupakan penjumlahan dari

$$\sum_{j=1}^N (x_j - a_{kj})^2$$

- Maka nilai maksimum $L(s_k)$ akan bernilai minimum pada $k=i$, sehingga akan didapatkan:

Vektor x dikatakan berada pada wilayah Z_i jika $\sum_{j=1}^N (x_j - a_{kj})^2$ minimum untuk semua $k = i$

DETEKSI MAXIMUM LIKELIHOOD

- Partisi ruang sinyal menjadi M decision regions,
 Z_1, \dots, Z_M
- Maximum likelihood decision rule dinyatakan dengan:

Vector \mathbf{z} berada pada region Z_i jika $\ln[p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}|m_k)]$, bernilai maksimum untuk $k = i$ yang berarti bahwa:
 $\hat{m} = m_i$

DETEKSI ML

- Dapat disederhanakan menjadi:

Vector \mathbf{z} berada pada region Z_i jika $\|\mathbf{z} - \mathbf{s}_k\|$, bernilai minimum untuk $k = i$

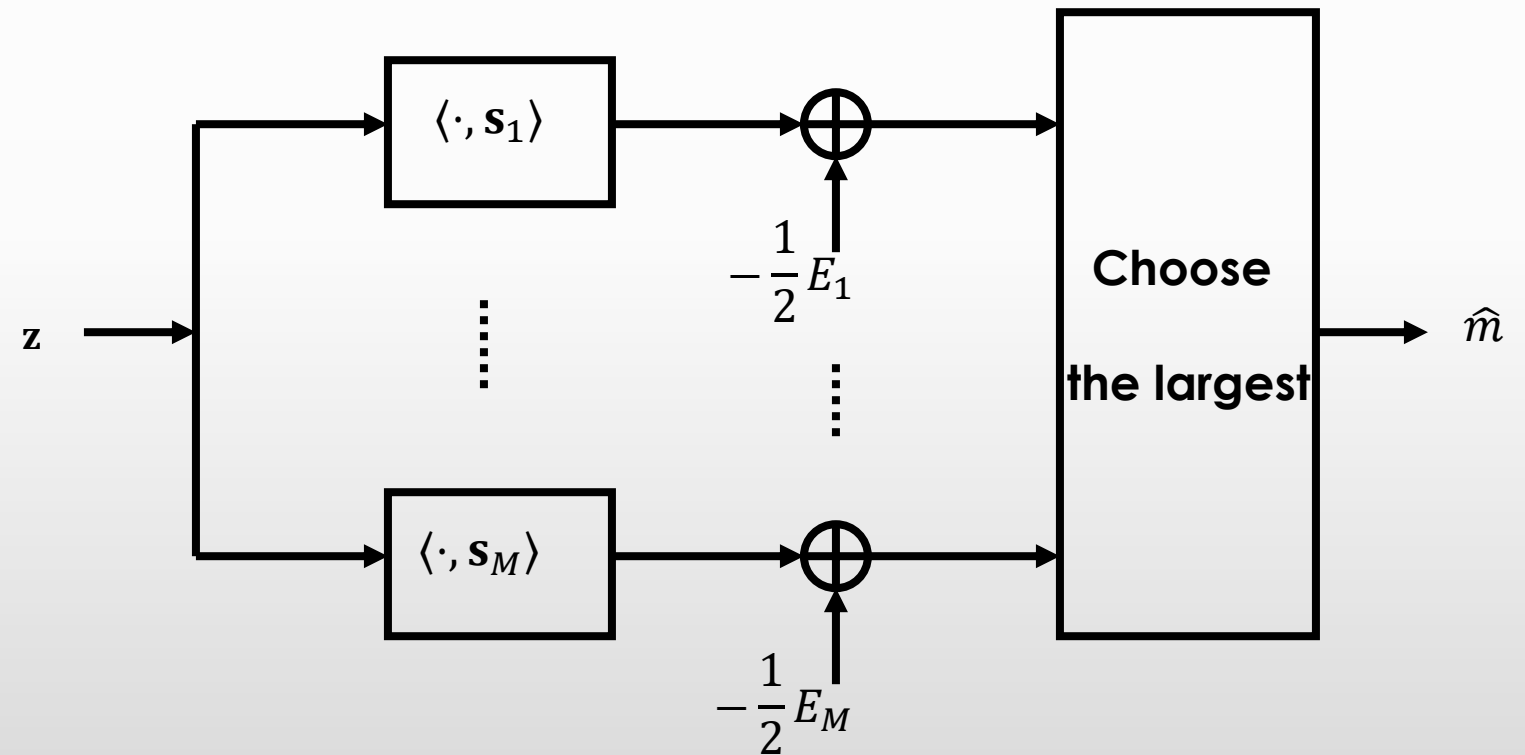
Atau ekuivalen dengan :

Vector \mathbf{r} berada pada region Z_i jika

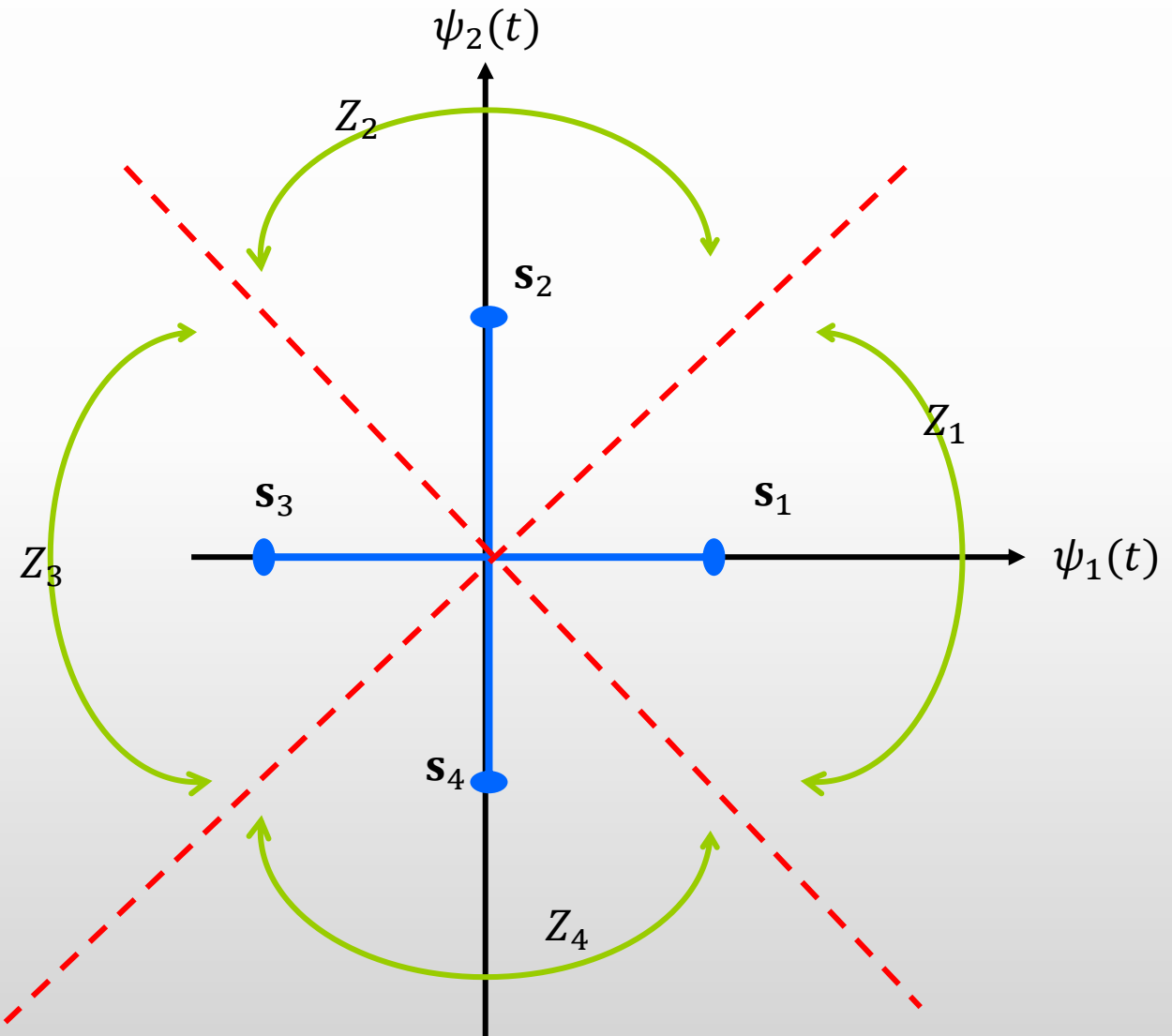
$$\sum_{j=1}^N z_j a_{kj} - \frac{1}{2} E_k, \text{ bernilai maksimum untuk } k = i$$

dengan E_k merupakan energi sinyal $s_k(t)$.

BLOK DIAGRAM DETECTOR ML



CONTOH DECISION REGION



PROBABILITAS ERROR SYMBOL RATA-RAYA

- **Kesalahan Deteksi**: untuk symbol yang ditransmisikan atau ekuivalen dengan vektor sinyal s_i , kesalahan deteksi terjadi jika vector observasi z tidak berada pada region Z_i .

- Probabilitas kesalahan deteksi

$$P_e(m_i) = \Pr(\hat{m} \neq m_i \text{ dan } m_i \text{ dikirim})$$

- Atau ekuivalen

$$\Pr(\hat{m} \neq m_i) = \Pr(m_i \text{ dikirimkan})\Pr(z \text{ tidak berada pada region } Z_i | m_i \text{ dikirim})$$

- Probabilitas symbol yang ditansmisikan dideteksi dengan benar

$$\Pr(\hat{m} = m_i) = \Pr(m_i \text{ dikirimkan})\Pr(z \text{ berada pada region } Z_i | m_i \text{ dikirimkan})$$

$$P_c(m_i) = \Pr(z \text{ berada pada region } Z_i | m_i \text{ dikirimkan}) = \int_{Z_i} p_z(z|m_i) dz$$

$$P_e(m_i) = 1 - P_c(m_i)$$

PROB. ERROR CONT...

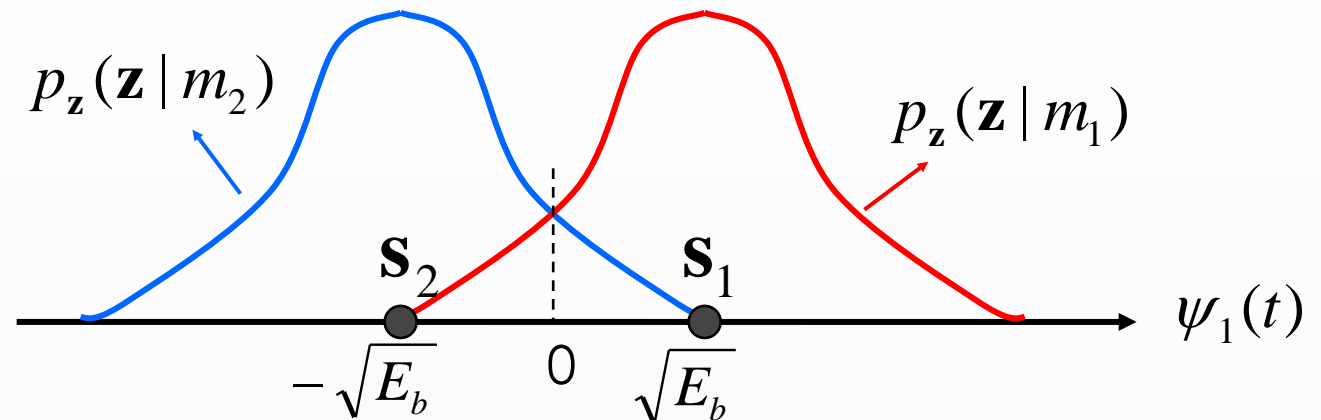
- Probabilitas error rata-rata:

$$P_E(M) = \sum_{i=1}^M \Pr(\hat{m} \neq m_i)$$

- Untuk equally probable symbols:

$$\begin{aligned} P_E(M) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_e(m_i) = 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_c(m_i) \\ &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{Z_i} p_z(\mathbf{z} | m_i) d\mathbf{z} \end{aligned}$$

CONTOH: BINARY PAM



$$P_e(m_1) = P_e(m_2) = Q\left(\frac{\|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2\| / 2}{\sqrt{N_0 / 2}}\right)$$

$$P_B = P_E(2) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

Union bound

The probability of a finite union of events is upper bounded by the sum of the probabilities of the individual events.

- Let A_{ki} denote that the observation vector \mathbf{z} is closer to the symbol vector \mathbf{s}_k than \mathbf{s}_i , when \mathbf{s}_i is transmitted.
- $\Pr(A_{ki}) = P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_i)$ depends only on \mathbf{s}_i and \mathbf{s}_k .
- Applying Union bounds yields

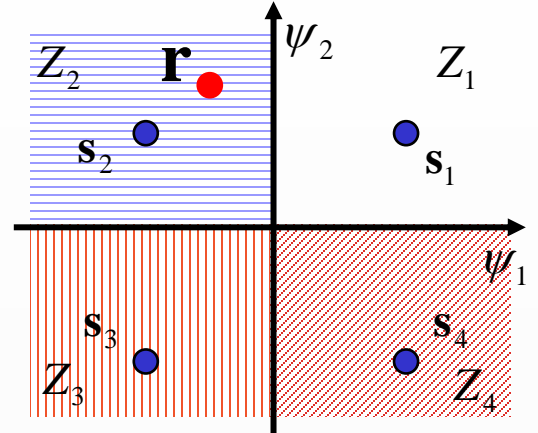
$$P_e(m_i) \leq \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_i)$$



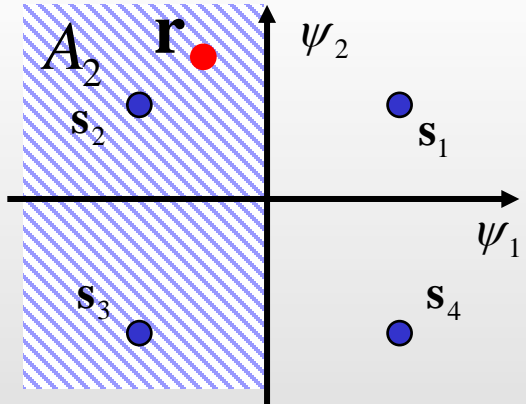
$$P_E(M) \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_i)$$

CONTOH

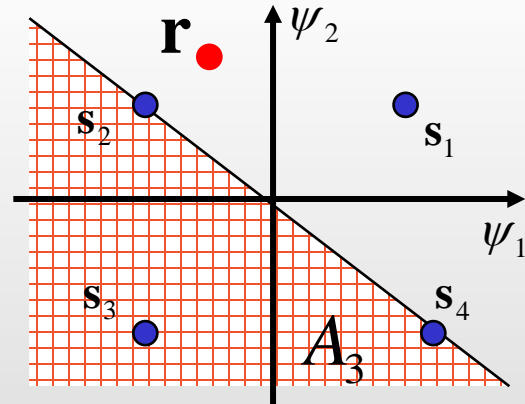
$$P_e(m_1) = \int_{Z_2 \cup Z_3 \cup Z_4} p_r(\mathbf{r} | m_1) d\mathbf{r}$$



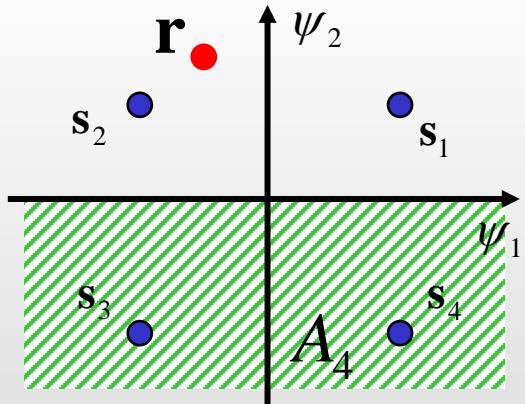
$$P_e(m_1) \leq \sum_{k=2}^4 P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_1)$$



$$P_2(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \int_{A_2} p_r(\mathbf{r} | m_1) d\mathbf{r}$$



$$P_2(\mathbf{s}_3, \mathbf{s}_1) = \int_{A_3} p_r(\mathbf{r} | m_1) d\mathbf{r}$$



$$P_2(\mathbf{s}_4, \mathbf{s}_1) = \int_{A_4} p_r(\mathbf{r} | m_1) d\mathbf{r}$$

UPPER BOUND BASED ON MINIMUM DISTANCE

$P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_i) = \Pr(\mathbf{z} \text{ is closer to } \mathbf{s}_k \text{ than } \mathbf{s}_i, \text{ when } \mathbf{s}_i \text{ is sent})$

$$= \int_{d_{ik}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{u^2}{N_0}\right) du = Q\left(\frac{d_{ik} / 2}{\sqrt{N_0} / 2}\right)$$

$$d_{ik} = \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_k\|$$

$$P_E(M) \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M P_2(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_i) \leq (M-1) Q\left(\frac{d_{\min} / 2}{\sqrt{N_0} / 2}\right)$$

Minimum distance in the signal space: $d_{\min} = \min_{\substack{i,k \\ i \neq k}} d_{ik}$

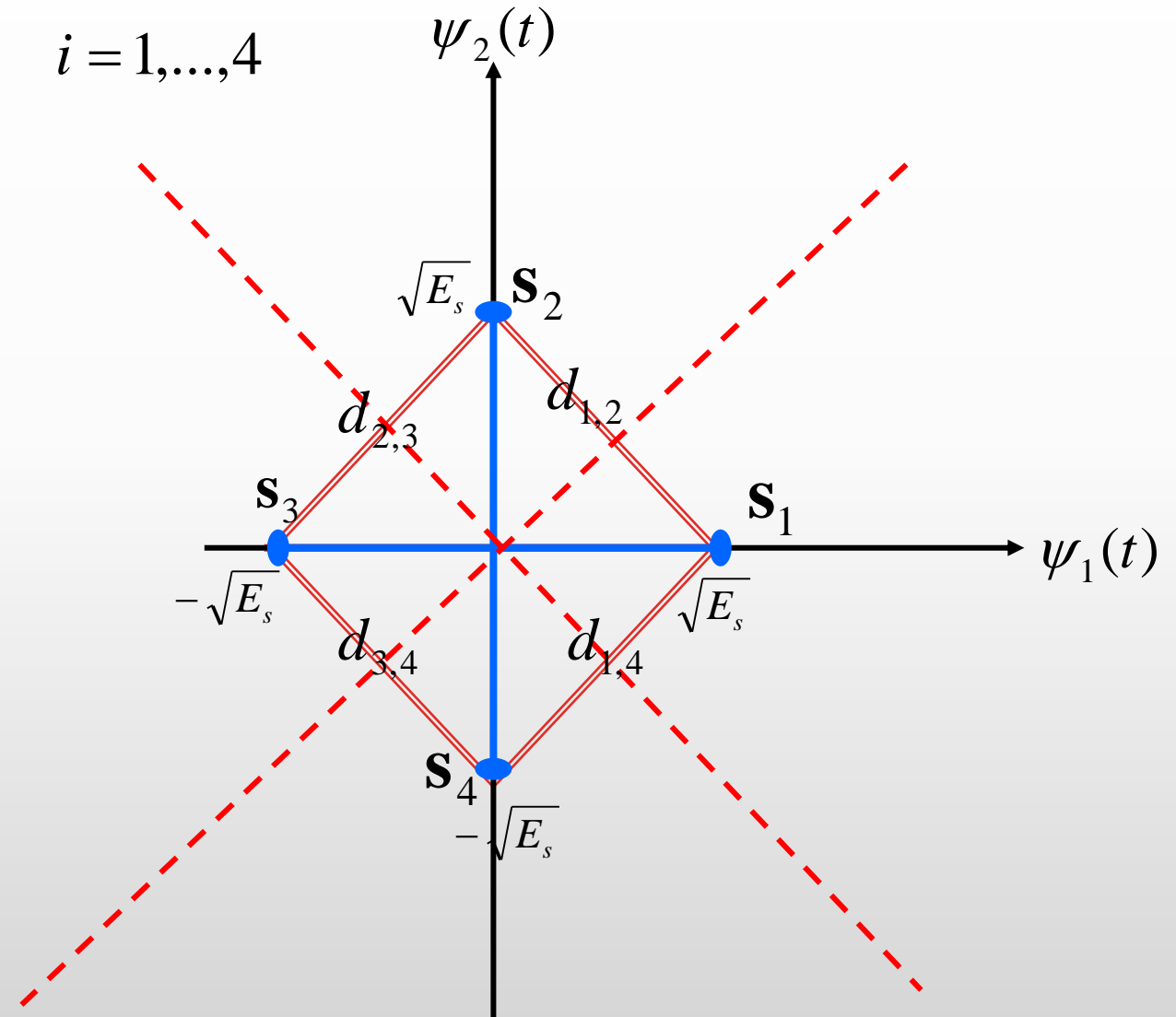
EXAMPLE OF UPPER BOUND ON AV. SYMBOL ERROR PROB. BASED ON UNION BOUND

$$\|\mathbf{s}_i\| = \sqrt{E_i} = \sqrt{E_s}, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$d_{i,k} = \sqrt{2E_s}$$

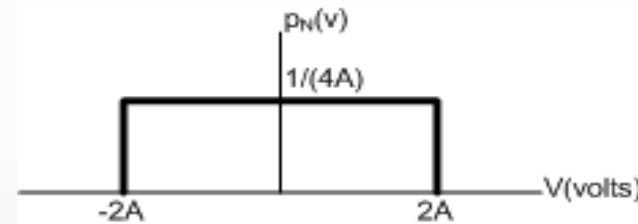
$$i \neq k$$

$$d_{\min} = \sqrt{2E_s}$$



CONTOH MAP-ML DETECTION

- Simbol s_1 dibangkitkan dengan tegangan konstan $+A$ volts
- Simbol s_2 dibangkitkan dengan tegangan konstan $-A$ volts.
- Jika kedua simbol ini ditransmisikan dan mendapat gangguan noise N yang merupakan random variable, dengan fungsi rapat peluang tegangan $p_N(v)$ seperti berikut:



- Di penerima akan dideteksi simbol apakah yang dikirimkan. Proses deteksi ini akan memiliki 2 hipotesa yaitu:
 - $P(H_1 | z)$, merupakan conditional probability dimana dikirimkan nya simbol 1 jika diterima z , dan
 - $P(H_2 | z)$, yang merupakan conditional probability simbol 2 dikirimkan jika diterima z
- Dari deteksi Maximum A Posteriori (MAP) maka akan dipilih nilai $P(H_i | z)$ yang memiliki nilai terbesar,

- Dari teorema Bayes:

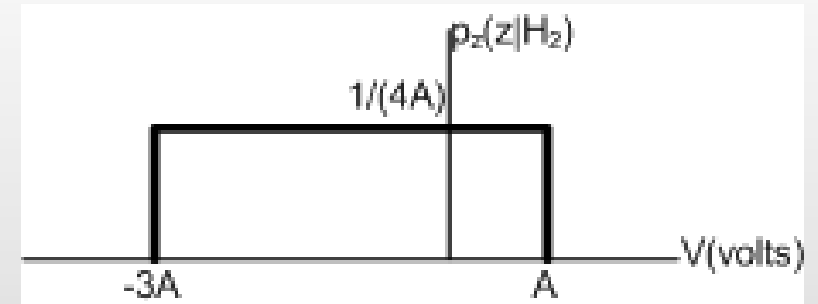
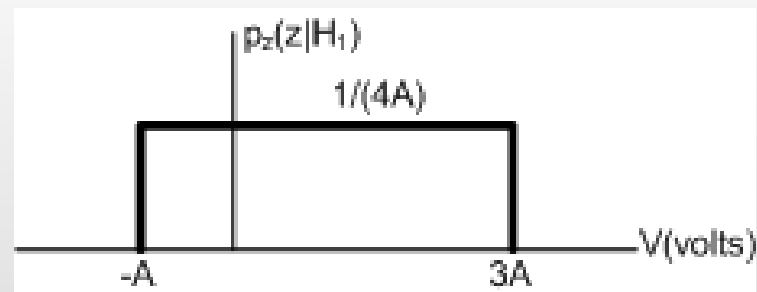
$$P(H_i|z) = \frac{P(z|H_i)P(H_i)}{P(z)}$$

- Akan menjadi

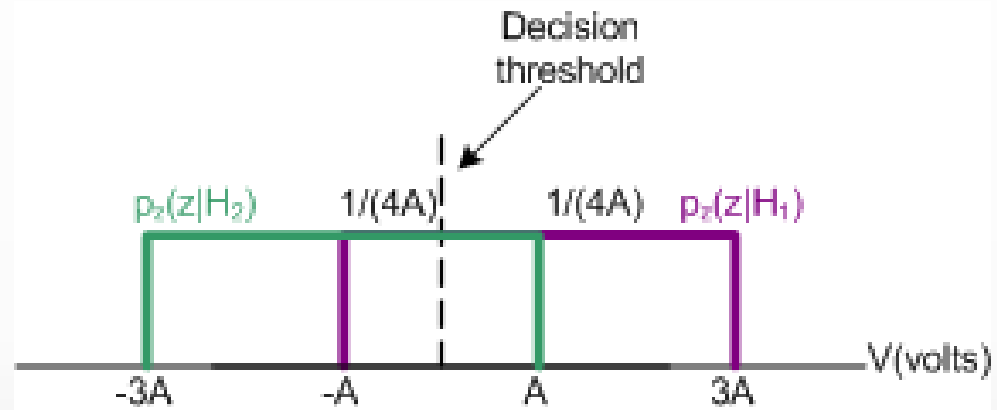
$$P(H_i|z) = \frac{p_z(z|H_i)P(H_i)}{p_z(z)}$$

- Dimana $P(H_i | z)$ adalah rapat peluang dari simbol 1 dikirimkan jika diterima z yang akan mengikuti distribusi sinyal noisenya

- Jika peluang kemunculan masing masing simbol sama, karena terdiri dari dua simbol maka $P(s_1)=P(s_2)=0.5$
- Maka rapat peluang untuk simbol s_1 dan s_2 ditunjukkan pada gambar berikut:

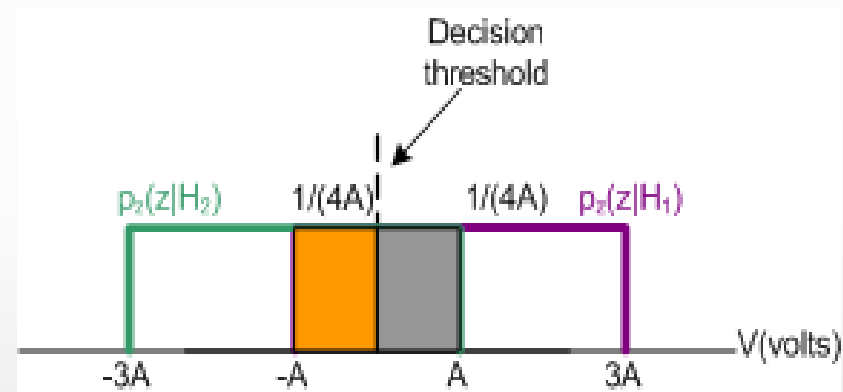


- Rapat peluang vektor z bila dinyatakan untuk dua simbol s_1 dan s_2



- Nilai threshold untuk $p(s_1)=p(s_2)$ akan didapatkan dengan:
- $\gamma=(a_1 + a_2)/2$

- Pada kasus transmisi simbol binary, kesalahan deteksi terjadi bila simbol s_1 yang dikirimkan tetapi terdeteksi s_2 , dan sebaliknya
- Sebagai contoh: untuk noise terdistribusi uniform dan peluang kemunculan simbol s_1 dan s_2 sama $P(s_1)=P(s_2)=0.5$



- Dari gambar terlihat, kesalahan deteksi untuk simbol s_1 terjadi pada saat simbol yang diterima berada didaerah sebelah kiri nilai threshold (diaksir jingga) sedangkan kesalahan deteksi simbol s_2 terjadi pada saat simbol yang diterima berada pada daerah sebelah kanan nilai threshold (diaksir abu)

PROBABILITAS ERROR

- Maka probabilitas error untuk transmisi sinyal binary :

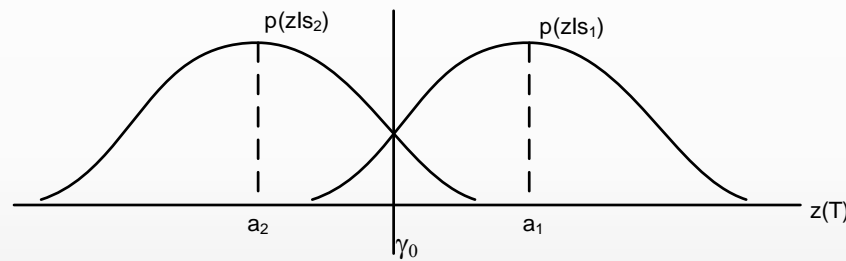
$$P_e = P(e|s_1)P(s_1) + P(e|s_2)P(s_2)$$

- Atau secara umum dapat dituliskan:

$$P_e = \sum_{i=1}^M P(e|s_i)P(s_i)$$

PROBABILITAS ERROR

- Probabilitas error pada kanal AWGN untuk transmisi simbol binary dengan peluang kemunculan sama, maka:



$$P_e = \frac{1}{2}P(e|s_1) + \frac{1}{2}P(e|s_2)$$

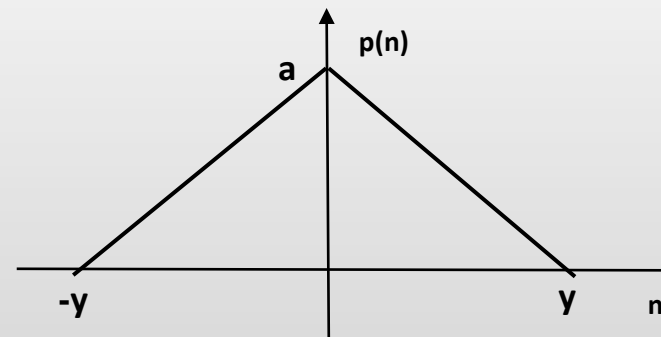
- Bila sinyal bersifat equiprobable, maka $P(e|s_1) = P(e|s_2)$ sehingga:

$$P_e = P(e|s_1) = P(e|s_2)$$

- Sebuah sistem komunikasi digital biner dengan deteksi menggunakan **Maximum Likelihood** (ML) detektor. Sinyal yang ditransmisikan adalah sebagai berikut :

$$s_i(t) = \begin{cases} s_1(t) = +x \text{ volt} & 0 \leq t \leq T \text{ "1"} \\ s_2(t) = -x \text{ volt} & 0 \leq t \leq T \text{ "0"} \end{cases}$$

- Bit informasi bersifat **equiprobable**. Selama transmisi sinyal melewati kanal ideal kemudian bercampur dengan Noise $n(t)$ berkarakteristik '**white**' dengan **Power Spectral Density** N_0 (single side) dan **probability density function** (bersifat stasioner) sbb:



SELAMAT BELAJAR
&
TERIMA KASIH